第 6 卷第 3 期 经济学（季刊） Vol. 6, No. 3
2007 年 4 月 China Economic Quarterly April, 2007

高考录取机制的博弈分析

聂海峰*

摘　要　本文分析了高考招生中考后知分报考录取机制下的志愿填报博弈。完全信息时这个显示偏好博弈只有唯一的纳什均衡结果，均衡是帕累托有效和公平的。但是，真实的偏好并不一定是每个考生的均衡策略，达到均衡结果需要参与人之间的协调。使用文献中的 Gale-Shapley 学生最优机制，真实偏好是学生的优势策略，结果也是帕累托有效、公平的。本文介绍的录取机制，对于高考录取制度的改革提供了一种可行的思路。

关键词　匹配，Gale-Shapley 学生最优机制，优势策略

一、引　　言

在当前高考招生制度下，“高分低就”是一个一直困扰考生和招生机构的问题。通过统一考试被录取是学生进入大学的基本方式，招生学校根据考生的志愿和考试分数的高低决定考生是否被录取。但是由于各个学校先录取第一志愿的学生，相同志愿的考生按照分数高低排序后录取，只有当第一志愿录取不满的时候才招收第二志愿的学生。因此，当考生没有被第一志愿学校录取时，他可能因第二志愿学校已经招满学生而不能被录取，即使他的分数高于该校已经录取的学生。如果志愿填写不当，考生不但有丧失分数优先性的风险，甚至可能遭遇不能被任何大学录取的厄运。这种现象被称作“高分低就”或者“高分落榜”。这在高考录取中并不鲜见。据 2005 年 7 月 26 日的《中国青年报》报道，甘肃省招办统计，在当年甘肃省高考第一批次录取过程中，就有八百多名高分考生落榜。

为了避免考生“高分落榜”，招生部门尝试了许多办法。以填报时间为例，越来越多的省份采用知分填报志愿的方式。2004 年有 10 个省市采用知分填报，到了 2006 年就有 14 个省市。除此之外，江苏省 2005 年还同时采用了“平行院校志愿”的录取机制，对“第一志愿优先”的录取机制进行了重大变革。尽管在一定程度上缓解了“高分低就”现象，但是这些尝试都处在分散的试验阶段，缺乏一个完整的理论体系。因而，如果对高考录取制度建立一个模型，这必将有利于我们更好地理解和解决“高分低就”和“高分落榜”

---

* 中山大学岭南学院。通讯地址：广东省广州市新港西路 135 号中山大学岭南学院，510275；电话：(020)84110652；E-mail：niehf@mail.sysu.edu.cn。作者感谢 2005 年制度经济学年会上各位年会参与人的评论，也非常感谢陈晓阳和匿名评审人的意见，这些意见使文章增色不少。当然，所有文责由作者承担。

现象。

本文正是提供了这样一个分析框架，从博弈论的角度分析高考录取机制的运作。我们分析了知分填报时“第一志愿优先”的录取机制衍生的考生志愿填报博弈。当考生的偏好是所有考生的共同知识时，这个显示偏好博弈的纳什均衡结果是帕累托有效、公平的，没有“高分低就”现象发生。因而，在知分填报完全信息时，考生间的策略互动可以消除“高分低就”现象。这个结果在一定程度上支持各省逐渐采用考后出分填报方式的合理性。

虽然在均衡中考生可以避免“高分低就”，但是考生的真实偏好可能不是考生的均衡策略，寻求最优策略和协调到均衡并不是一件容易的事情。因而，人们不禁要问：对于高考录取是否存在一个录取机制，使得录取的结果是帕累托有效、公平的，并且考生在填报志愿时填报自己对学校的真实偏好是他的优势策略？Gale-Shapley 学生最优机制就满足这些性质。

对于高考录取问题，在 Gale-Shapley 学生最优机制下，真实显示偏好是每个学生的优势策略，不需要和其他人的策略进行协调。考生真实显示偏好时得到的结果也正是高考录取机制下考生博弈的均衡结果。同时，Gale-Shapley 学生最优机制也尊重考生的分数进步，如果考生的高考成绩提高，录取他的大学在他的偏好次序上不会下降。在这个机制下，不论填报志愿是在考前、知分还是估计分数填报，真实偏好都是学生的均衡策略。Gale-Shapley 学生最优机制使得考生无需费心进行策略操纵，也避免了“高分低就”的损失。

钟笑寒、程娜和何云帆（2004）最早对中国高考录取机制进行研究，讨论了完全信息时分数不确定时不同填报志愿方式对于不同能力考生录取结果的影响。他们的分析表明，高考的录取结果对填报时间是敏感的，分数不确定对于低能力考生的填报有遏制作用。聂海峰（2006）讨论了填报志愿时间不同时高考录取机制产生“高分低就”的原因，与知分填报时均衡中没有“高分低就”现象发生不同，在考前填报时会出现没有纯策略均衡的情况，“高分低就现象”不可避免。聂海峰（2006）中的例子也表明，当考生的偏好是考生的私人信息时，知分填报时也存在均衡时发生“高分低就”的可能。

对招生录取机制的研究属于文献中的大学招生模型，这类文献滥觞于 Gale and Shapley（1962）的文章。和高考录取中只有学生是积极参与人不同，在 Gale-Shapley 大学招生模型中，学生和学校都是积极的参与人，每个学生对所有大学有一个偏好排序，每个大学也对所有学生有偏好排序。他们证明，对于学校和考生任意的偏好，都存在学生和大学的组合，使得录取的结果是稳定的，并且提出了达到稳定匹配的 Gale-Shapley 机制。此后，Gale-Shapley 机制得到了广泛的研究，在 Roth and Sotomayor（1990）中有全面的总结。

Gale-Shapley 机制作为录取分配机制在最近的文献中得到越来越多的研究，并且在实践中已有广泛的应用。土耳其也是通过标准化考试来进行大学

录取的。但和中国不同，它通过一个类似中央招生办公室的机构，对全体学生按照志愿和报考专业需要的单科成绩排名来统一录取。Balinski and Sönmez（1999）研究了土耳其的大学招生制度，指出用 Gale-Shapley 学生最优机制可以更好地录取学生。Abdulkadiroglu and Tayfun Sönmez（2003）首次从机制设计的角度研究了美国公立学校的择校制度。在择校问题中，学校所在地的法律使得所有学生在每个学校中都有一个优先顺序，不同的学校中学生的排序不同，学生的志愿顺序和在学校的优先顺序决定他是否被录取。他们研究的“波士顿机制”和高考的录取机制类似，也有因第一志愿不当而丧失排序优势的风险。他们提出 Gale-Shapley 机制是一个改进的替代机制。Sönmez and Ergin（2006）研究了“波士顿机制”下的各种博弈。Sönmez and Chen（2006）利用试验经济学的方法分析了“波士顿机制”，发现这个机制下学生会操纵自己申报的偏好，与 Gale-Shapley 学生最优机制相比有较大的效率损失。在 Roth 等博弈论专家的咨询协助下，波士顿和纽约的公立学校择校机制改革为 Gale-Shapley 学生最优机制（Atila Abdulkadiroglu，Parag A. Pathak and Alvin E. Roth，2005；Atila Abdulkadıroglu，Parag A. Pathak，Alvin E. Roth and Tayfun Sönmez，2005，2006）。除了择校机制外，在真实的世界中，Gale-Shapley 学生最优机制也被应用于美国和英国住院医生和医院的匹配（Roth，1991；Roth and Peranson，1997，1999）。Roth（2002）以 Gale-Shapley 机制的应用为例描述了在市场设计时的问题和方法。

本文其他部分的组织如下：第二部分是对中国高考招生问题的描述；第三部分刻画了高考博弈均衡结果的性质；第四部分论述了 Gale-Shapley 学生最优机制和这个机制在高考录取中的性质；最后是结论。

二、高考招生问题

（一）高考录取机制

高考录取的基本要素是学生的考分、学生的志愿和学校的招生计划。志愿是学生向招生负责机构申报的对大学的偏好。在不同的省份，志愿递交的时间和全国统一招生考试的时间并不一致。统一招生考试由法定统一时间进行，志愿递交时间各省自行安排。目前共有三种制度安排：考前填报，这时考生没有参加招生考试；估分填报，在招生考试结束后的 1—2 日内填报；知分填报，每个考生知道自己的分数和所有考生的分数分布。在 2006 年，北京、上海、吉林、广东等 4 个省（市）为考前填报，浙江、江苏、四川等 14 个省市是知分填报，其他的地区是估分填报。除了江苏省外，其他知分填报的省份的录取机制都保留着“第一志愿优先”的特点，我们把这种“第一志愿优先”的机制称为高考录取机制。这其中以浙江省的录取机制最为典型，

因此，在本文中的高考录取机制就是浙江省采用的录取机制。

高考录取是由省招生办公室和学校共同完成的。学校制定并公布招生计划，学生报名参加统一招生考试，分数公布后向省招生办公室填报自己的志愿。[1] 根据全部考生的分数和全部学校的招生计划人数，各省招办划定最低录取分数线。只有分数高于最低录取分数的考生才能参与录取。招生办公室根据考生的志愿向学校投递考生的档案，学校根据招生计划和考生的考分排名录取。这个录取机制可以描述如下：

第一轮　考虑所有考生的第一志愿。根据考生的志愿，招生办公室将考生分配到相应的学校。各个学校根据考生的分数排序，按照分数从高到低录取。如果考生数超过招生计划数，则只录取招生计划的人数，其他考生被拒绝。如果考生数小于招生计划数，所有考生都被录取。

第二轮　接下来考虑所有没有被录取的考生的第二志愿。招生办公室根据考生第二志愿把考生送到相应的学校。如果考生该志愿的学校已经招满人数，则该考生被拒绝；若学校仍有空余名额，根据第二志愿考生的成绩排序，从高到低一次一个录取，直到用完所有名额或者所有考生都被招收。

第三轮　考虑所有还没有被录取的考生。在这一轮，把所有没有被录取的考生按照分数从高到低排序，依次考虑每个学生的志愿。首先对于分数最高的学生，按照他的志愿顺序从高到低依次考虑，如果这个学校还有空余名额，则考生被录取，同时学校的招生名额减少一个，如果学校此时恰好用完了招生名额，则停止招生；如果志愿学校没有空余名额，就考虑考生的下一个志愿学校；如果考生所有的志愿都被考虑，所有志愿学校都已经停止招生，则这个考生落榜。然后处理排在其后面的考生的志愿。这样顺次下去直到所有考生都被考虑或者所有招生学校的名额都用完，录取程序停止。

这里描述的录取机制和实际执行的录取机制相比，我们没有区分学校志愿和（学校，专业）志愿。在实际填报志愿中，考生的志愿包括学校排序和学校内的专业排序，并且有是否服从学校内专业调剂的选项。这种志愿的填报方式，使得考生对学校和专业的志愿成为字典序形式的偏好。在实际操作中，由招生办公室执行学校的录取，而由学校来执行专业的录取。当学校专业只录取有志愿的学生时，专业可以看作是一个独立的学校；当学校按照分数高低排序后分配专业招收的时候，学校志愿和（学校，专业）志愿的执行是一致的。因此我们不区分学校和（学校，专业），统一称为学校。

考生的分数虽然决定了他在一所学校中的排序，但在高考录取机制下这

[1] 在实际申报的志愿中，只允许包含有限数目的学校，这个限制相对于参与录取的学校来说是一个非常大的限制，这种数目限制也可能会引起无效率，在本文的分析中假设不存在这个数目限制。随着计算机和网络填报方式的推广，这个数目限制可以轻易地取消。另一方面由于交易成本的存在，考生偏好中能包含的学校数目可能也是有限的，但是具体的数目可能是一个经验的问题。

个排序是内生的，是由考生的分数和他填报的志愿共同决定的，考生可以通过操纵他的志愿来操纵他的排序。因而，考生填写的志愿不一定反映他对大学真实的偏好，而只是其分数有优势的学校。如何首选第一志愿是每个考生及其家庭都极为关注的事情，整个志愿填报过程成了他们寻求最优操纵策略的博弈过程。

（二）高考录取模型

为了分析高考录取机制下的志愿填报博弈，我们引入一些符号。一个高考招生问题由以下几部分构成：

（1）所有考生的集合 $S=\{s_1,s_2,\cdots,s_n\}$。

（2）所有学校的集合 $C=\{c_1,c_2,\cdots,c_m\}$。

（3）一个招生计划人数向量 $q=(q_{c_1},q_{c_2},\cdots,q_{c_m})$，其中 q_{c_i} 是学校 c_i 的计划招生人数。

（4）每个学生高考录取分数的向量 $f=(f_{s_1},f_{s_2},\cdots,f_{s_n})$，其中 f_{s_i} 是学生 s_i 的高考分数和规定的加分后的录取分数。我们假设考生的考分没有相同的[2]，对任意的 s，$\bar{s}\in S$，都有 $f_s\neq f_{\bar{s}}$，所有的考生的录取分数就得到一个完全的排序。

（5）学生的严格偏好集合 $P_S=\{P_{s_1},P_{s_2},\cdots,P_{s_n}\}$。每一个学生 s_i 都在集合 $C\cup\{c_0\}$ 上有一个严格的偏好 P_{s_i}，这里 c_0 表示不上学的选择，我们规定 $q_{c_0}=|S|$，表示不上大学的选择可以容纳所有的学生。我们用集合 R 表示 $C\cup\{c_0\}$ 上所有严格偏好序的集合。对任何 $s_i\in S$，R_{s_i} 是由 P_{s_i} 得到的非严格偏好，即对于 $c,\tilde{c}\in C\cup\{c_0\}$，$cR_{s_i}\tilde{c}$ 当且仅当 $cP_{s_i}\tilde{c}$ 或者 $c=\tilde{c}$。如果 $cR_{s_i}c_0$，学校 c 对于学生 s_i 是可接受的。这样，如果考生 s_i 的偏好为 $P_{s_i}: c_1-c_0$，表示学生只选择学校 c_1，其他学校都不可接受，我们省略了学生不可接受学校的排序。对所有的 $s\in S$，我们用 $P_{-s}=\{P_s\}_{s\in S\setminus\{s\}}$ 表示除去学生 s 外其他所有学生的偏好组。

由于不能使每个学生都被自己最偏好的大学录取，因此高考录取制度根据学生的偏好和考试成绩选择能够进入大学的学生，把学校入学资格分配给学生。我们把录取结果称为匹配。一个匹配（match）就是把招生学校分配到所有考生的一种方案，方案中每一个考生最多能够得到一个大学的入学名额，每个大学招收的人数不超过它的招生计划。形式上，一个匹配就是一个函数 $\mu: S\rightarrow C\cup\{c_0\}$，满足对所有的 $c\in C\cup\{c_0\}$，有 $|\mu^{-1}(c)|\leqslant q_c$，即每个大学招生不超过它的计划。如果 $\mu(s)=c_0$，就表示学生 s 没有被任何大学录取。我们把所有匹配的集合记为 M。学生 s 的偏好 P_s 是定义在 $C\cup\{c_0\}$，我们可以把它扩展到匹配的集合 M 上：学生 s 偏好匹配 μ 超过匹配 η，当且仅当

---

[2] 在实际中考生的总分相同时，可以使用一定的规则再排序，如单科成绩优先等方式。

$\mu(s)P_s\eta(s)$。在下文中，我们仍用 P_s 表示这个扩展的偏好。

接着我们定义一些匹配可能满足的性质。对于所有的 $s\in S$，都有 $\mu(s) R_s c_0$，则匹配 μ 是个人理性的。也就是说，个人理性的匹配中所有的学生得到的学校都是可接受的。如果对任意的 $s\in S$ 和 $c\in C$，若 $cP_s\mu(s)$ 就有 $|\mu^{-1}(c)|=q_c$，匹配 μ 就被称为是没有浪费的。在没有浪费的匹配中，如果学生更偏好的学校没有录取他，那么这所学校必定已经招满了学生。对于两个匹配 μ 和 η，如果所有的学生都不偏好 μ 甚于 η，而有些学生偏好 η 甚于 μ，则 η 帕累托优于 μ。用符号来表示，η 帕累托优于 μ，就是对所有的 $s\in S$，都有 $\eta(s)R_s\mu(s)$，且存在 $s_i\in S,\eta(s_i)P_{s_i}\mu(s_i)$。如果不存在匹配帕累托优于匹配 η，匹配 η 就是帕累托有效的。可以看到，一个匹配是帕累托有效的，必然满足个人理性并且没有浪费。

在高考录取中，分数高低决定了学生在学校录取时的排序，是一个公平的指标，我们自然希望录取的结果有一种分数面前的公平性。Balinski and Sönmez（1999）分析土耳其的招生制度时，引入了公平的概念：

匹配 μ 被称为是公平的（fair），如果对任意的 $s\in S$ 和 $\hat{c}\in C\cup\{c_0\}$，若 $\hat{c}P_s\mu(s)$ 必然有 $|\mu^{-1}(\hat{c})|=q_c$，且对任意的 $\tilde{s}\in\mu^{-1}(\hat{c})$，有 $f_{\tilde{s}}>f_s$。

在公平的匹配中，一个学生不能被他喜欢的学校录取，是由于这个学校用完了招生名额，并且已经录取的学生的成绩都高于这个学生，这个性质反映了学生在分数面前的公平性。因而，公平的匹配就是没有“高分低就”现象发生的匹配。

在高考招生问题中，对于录取结果的公平性和帕累托有效性之间的关系，我们有如下的定理，定理的证明放在了附录中。

定理 1 一个匹配若满足公平性、个人理性，必然是帕累托有效的匹配。

高考录取的目的就是给定五元组 $\{S,C,q,f,P_S\}$，通过统一的录取程序达到学生和学校的一个匹配。在下面的分析中，$\{S,C,q,f\}$ 都是固定的，因而给定一个学生的偏好组 P_S，就得到了大学招生的基本要素，我们称其为一个高考招生问题。我们把所有学生偏好组 P_S 的可能集合记为 P。一个录取机制（mechanism）就是一个系统的程序 $T:P\rightarrow M$，对于每个高考招生问题 $P_S\in P$，得到一个学生和学校的匹配。如果一个机制对每个高考招生问题给出的匹配都是帕累托有效的匹配，这个录取机制就是帕累托有效的机制。如果它对每个高考招生问题给出的匹配都是公平的匹配，这个录取机制是公平的机制。如果一个录取机制需要每个学生报告他对学校的偏好，这个机制就是直接机制。高考录取机制就是一个直接机制，我们在下面将要看到，这个机制不是公平的机制。但是当考生操纵自己的偏好时，这个机制下显示偏好博弈的纳什均衡总是公平的匹配。

三、高考志愿填报博弈

在这一节里，我们将分析高考录取机制下的考生志愿填报博弈。由于高考录取机制是一个直接机制，给定考生真实偏好 P_S，每个考生的策略空间 M_{s_i} 就是 $C \cup \{c_0\}$ 上的所有严格偏好的集合 R[3]。给定每个考生 s 的一个策略 $Q_s \in R$，就得到全体考生的策略组合 $Q_s = \{Q_{s_1}, Q_{s_2}, \cdots, Q_{s_n}\}$，则 Q_S 的全体集合为 $P = \prod_{i=1}^{n} M_{s_i}$。允许混合策略存在时，每个考生 s 的混合策略是 $\Delta(M_s)$，表示 $C \cup \{c_0\}$ 上的所有严格偏好集合上的概率分布，这时全体考生策略集合为 $M = \prod_{i=1}^{n} \Delta(M_{s_i})$。在这一节的分析中假设 P_s 是所有考生的共同知识，T 表示高考录取机制。在知分填报时，学校招生计划和考生分数都已经确定，是所有考生的共同知识，高考志愿填报博弈就是一个显示偏好博弈 $\{S, (M, T), P_s\}$。

这个博弈的顺序如下：首先，学校招生计划和考生的考试分数确定，考生进入填报志愿阶段，全部考生同时行动。每个考生 s 向招生办公室报告他的志愿 $Q_s \in R$，Q_s 不一定是他的真实偏好 P_s，所有人的志愿组合 $Q_s = \{Q_{s_1}, Q_{s_2}, \cdots, Q_{s_n}\}$。接着，根据考生填报的志愿 Q_s，招生办公室和学校根据 $\{S, C, q, f, Q_S\}$ 按照高考录取机制进行录取，得到最后的匹配 $T[Q_S]$。

我们定义这个博弈的一个纯策略纳什均衡为一个志愿组合 $Q_s^* = \{Q_{s_1}^*, Q_{s_2}^*, \cdots, Q_{s_n}^*\}$，对所有的 $s_i \in S$，对任意的 $Q_{s_i} \in R$，都有 $T[Q_s^*](s_i) R_{s_i} T[Q_{s_i}, Q_{-s_i}^*](s_i)$。这里 R_{s_i} 是学生 s_i 的真实偏好，$T[Q_s^*](s_i)$ 表示学生 s_i 在志愿组 Q_s^* 时得到的录取学校，$T[Q_{s_i}, Q_{-s_i}^*](s_i)$ 是给定其他人的志愿组合 $Q_{-s_i}^*$，学生 s_i 填报 Q_{s_i} 时按照高考录取机制得到的录取学校。

在高考录取这个显示偏好博弈中，每个人都寻求最优的策略，努力使他的高考分数发挥最大的作用。在高考的实际招生中，我们看到会发生“高分低就”的现象，是否在这个博弈中没有均衡结果导致了这些现象。我们有如下的结果：

定理 2　在高考志愿填报博弈 $\{S, (M, T), P_S\}$ 中存在纳什均衡。

证明　由于每个考生的纯策略是对所有学校和不上学这个选择的一个严格偏好，由于学校的数目是有限的，因而严格偏好的种类也是有限的。同时，考生的数目是有限的。因此，这是一个有限博弈。根据纳什定理，任何有限

[3] 这意味着学生申报的志愿不受限制，可以包含任意数目的可接受的学校。考生在申报志愿时不需要申报所有学校的一个完全排序，只需申报他可接受的学校即可，考生的志愿就是他申报的可接受学校的排序。

博弈都存在均衡（可能是混合策略均衡）。

虽然这个博弈存在均衡，但是我们更加关心是否存在纯策略的均衡，混合策略的均衡不是一个很好的结果。在下一节我们将证明，确实存在纯策略的纳什均衡。我们先用下面的例子说明浙江机制录取的过程和这个机制下的显示偏好博弈。

例1 假设有三个考生(i_1,i_2,i_3)和两所学校(c_1,c_2)，c_0表示不上学。每个学校的招生名额$q_{c_i}=1$，考生的成绩和真实偏好如下：

$$\begin{array}{lll} i_1 & 90 & c_1-c_2-c_0 \\ i_2 & 85 & c_1-c_2-c_0 \\ i_3 & 80 & c_2-c_0-c_1 \end{array}$$

如果考生都真实地申报自己的志愿，在高考机制下的录取结果是：

第一轮，考虑所有考生的第一志愿，考生i_1,i_2投档到学校c_1，考生i_3被投档到学校c_2。学校按照考分从低到高录取。学校c_1录取考生i_1，考生i_2被拒绝；考生i_3被学校c_2录取。两所学校都用完了招生名额。

第二轮，考虑没有被录取的考生的第二志愿。但是所有的学校都已经录取满额，录取结束，i_2高考落榜。

这样，考生真实申报志愿的录取结果是$\mu_1=\begin{bmatrix} i_1 & i_2 & i_3 \\ c_1 & c_0 & c_2 \end{bmatrix}$。给定考生的真实偏好，我们可以看到匹配$\mu_1$不是公平的，考生$i_2$偏好学校$c_2$，他的分数也比$c_2$录取的考生$i_3$高。

这表明高考录取机制不是公平的机制，考生真实申报志愿有可能"高分低就"。

在这个例子中，真实申报"高分落榜"使得i_2有动机操纵他申报的志愿。当其他人申报真实志愿时，i_2操纵他的偏好填报$c_2-c_1-c_0$，这时录取的结果是$\begin{bmatrix} i_1 & i_2 & i_3 \\ c_1 & c_2 & c_0 \end{bmatrix}$。可以验证，志愿组合$\begin{bmatrix} i_1: c_1-c_2-c_0 \\ i_2: c_2-c_1-c_0 \\ i_3: c_2-c_0-c_1 \end{bmatrix}$是一个纳什均衡。

在这个简单的高考博弈中，所有的纯策略纳什均衡为志愿组合$\begin{bmatrix} i_1: c_1-c_2-c_0 \\ i_2: c_2-c_1-c_0 \\ i_3: c_{i1}-c_{i2}-c_{i3} \end{bmatrix}$，其中$i_3$的志愿$c_{i1}-c_{i2}-c_{i3}$是$(c_1,c_2,c_0)$的一个任意排列。

所有这些纳什均衡的结果都是$\begin{bmatrix} i_1 & i_2 & i_3 \\ c_1 & c_2 & c_0 \end{bmatrix}$，这个结果是公平的匹配。

上面的例子表明，在知分报考的填报博弈中，博弈的纯策略均衡结果是唯一的，并且是公平的匹配，这个特点在一般的情形下也是成立的。

定理3 在高考博弈$\{S,(M,T),P_S\}$中，纯策略纳什均衡结果是唯一的：

令 $A=\{\mu|\mu=T[Q^*],Q^*\in M,Q^*$ 是纯策略纳什均衡$\}$，则 $|A|=1$。

有关定理 3 的证明详见附录，这里叙述一下证明的主要思路：首先，作为一个录取博弈的纳什均衡，均衡结果是个人理性、没有浪费和公平的。其次，我们用归谬法证明，公平性使得均衡只有一个纯策略的纳什均衡结果。这个定理的证明也表明，在知分填报的显示偏好博弈中，博弈的纯策略均衡结果是唯一的，是公平的。

我们前面的例子表明真实偏好可能并不是均衡策略，虽然均衡结果是唯一的，但是可能存在多个均衡。因此在这个博弈中达到均衡结果需要考生间的协调。每年各省参加高考人数有几十万，整个高考志愿填报就成了一个成千上万人参加的巨大博弈。对每个家长来说，如何寻找自己的最优策略，并不是一件轻而易举的事情。在实际报考中也存在协调的努力，各学校、各市都举办考前志愿预报来协调本地区考生之间的志愿，避免报考志愿的过度集中。这些协调的规模与实际招生的规模相比很小，每个考生也仍然可能很难调整到均衡的策略。是否存在一种招生机制，使得每个学生的真实偏好是他的均衡策略呢？

仍然以例 1 中的情形为例，我们介绍下面的录取程序，在所有考生真实申报自己的偏好的情况时，可以达到高考录取机制下显示偏好博弈的均衡结果。

第一轮　所有考生向可接受的学校中最偏好的学校提出申请，考生 i_1，i_2 投档到学校 c_1，考生 i_3 投档到学校 c_2。学校按照考分从高到低录取。考生 i_1 被学校 c_1 预录取，考生 i_2 被拒绝；考生 i_3 被学校 c_2 预录取。两所学校都用完了招生名额。

第二轮　考虑上一轮被拒绝的考生，向没有拒绝过他的可接受的学校中最偏好的学校提出申请。考生 i_2 向学校 c_2 申请。学校 c_2 考虑新的考生 i_2 和上一轮预录取的考生 i_3，考生 i_3 被拒绝，i_2 被学校 c_2 预录取。学校 c_1 本轮没有申请的考生。

第三轮　考虑上一轮被拒绝的考生。考生 i_3 没有可接受的学校，停止申请。本轮没有学校拒绝申请，学校录取程序结束。这时，在学校预录取名单上的考生被正式录取，没有被任何学校录取的考生落榜。最后的录取结果是：$\begin{bmatrix} i_1 & i_2 & i_3 \\ c_1 & c_2 & c_0 \end{bmatrix}$。

在所有考生真实显示偏好的情况下，这个录取程序达到了和高考录取机制博弈均衡时同样的招生结果。这个机制和高考机制的不同之处，在于每一轮学校的录取都不是最终录取，这使得考生申报偏好时不用担心丧失分数的优势。这个机制正是 Gale-Shapley 学生最优机制，我们在下面将说明在这个机制下每个考生真实显示自己的偏好是他的优势策略。

四、Gale-Shapley 学生最优机制

Gale-Shapley 学生最优机制最早是在大学招生模型中提出来的（Gale and Shapley，1962）。大学招生模型由$\{S,C,q,P_S,P_C\}$组成，包括一组学生的集合 $S=\{s_1,s_2,\cdots,s_n\}$和一组学校的集合 $C=\{c_1,c_2,\cdots,c_m\}$，每个学校有固定的招生人数向量 $q=(q_{c_1},q_{c_2},\cdots,q_{c_m})$。每一个学生 s 对所有学校 C 和不上学的选择 c_0 有一个严格的偏好 P_s，全体学生的偏好集合 $P_S=\{P_{s_1},P_{s_2},\cdots,P_{s_n}\}$，同时，每个学校 c 也有一个对全体学生 S 的严格偏好 P_c[4]，全部学校的偏好集合 $P_C=\{P_{c_1},P_{c_2},\cdots,P_{c_m}\}$。对于任何 $\hat{c}\in C$，我们用 $P_{-\hat{c}}=(P_c)_{c\in C\backslash\{\hat{c}\}}$表示其他学校的偏好，$R_s$ 和 R_c 表示分别 P_s 和 P_c 相应的非严格偏好。

高考和大学招生模型有着一个重要的不同之处：在大学招生模型中，学生和学校都是积极参与人，他们同时可以操纵自己的偏好。而在高考录取中，只有学生是积极行动的参与人，大学按照学生的考分高低录取学生，几乎没有自己的选择余地。但是，给定一个高考招生问题$\{S,C,q,f,P_S\}$，我们可以通过考生的分数构造大学的偏好，把高考问题转化为相应的大学招生模型$\{S,C,q,P_S,P_C\}$，使得大学招生模型中的概念和方法可以应用在高考招生问题中。

学校偏好 P_C 的构造方法如下：对于每个大学 $c\in C$，它的偏好 P_c 满足：对所有的 $s_1,s_2\in S,s_1P_cs_2$，当且仅当 $f_{s_1}>f_{s_2}$，并且对所有的 $s\in S,sP_cs_0$。这里，s_0 表示一个学生也不录取的选择。

这样一来，在高考招生问题对应的大学招生模型中所有的学校对考生有相同的偏好。大学招生模型中录取的结果也是学校和考生的匹配。我们前面在高考招生问题中定义的匹配和个人理性的概念仍适用于大学招生模型。在大学招生模型中，一个非常重要的概念是稳定性（stable）。一个学生和学校的组合$(s,c)\in S\times C$ 阻碍（block）了一个匹配 μ：如果 $cP_s\mu(s)$，并且$|\mu^{-1}(c)|<q_c$；或者 $cP_s\mu(s)$，并且存在 $\tilde{s}\in\mu^{-1}(c),sP_c\tilde{s}$。如果匹配 η 是个人理性的，并且不会被任何学生和学校的组合阻碍，那么这个匹配是稳定的。由稳定性的定义我们可以看到稳定性和公平有很大的关联，一个匹配是稳定的当且仅当它是个人理性的、没有浪费和公平的。由我们前面的证明可知，完全信息时高考显示偏好博弈的纳什均衡结果是一个稳定的匹配。

Gale and Shapley（1962）证明，在大学招生模型中稳定匹配总是存在的，并且在所有的稳定匹配中，存在一个匹配对于学生来说是帕累托最优的，一个匹配对于所有学校帕累托最优。他们提出了达到学生（学校）最优稳定

---

[4] 由于学校可以录取多个人，因此学校也对不同集合的学生存在偏好，关于学校的偏好讨论参见 Roth（1985）。

匹配的机制，这个机制通过延迟接受学生（学校）申请来达到。我们在前文已经看到了学生最优机制如何运作，这里将它概述如下：

Gale-Shapley 学生最优机制

第一轮 所有的学生向他可接受的大学中最偏好的学校申请。每一所大学 c 从所有申请的学生中留下它偏好排序上最好的 q_c 个学生，其他的学生都被拒绝，进入下一轮申请。被留下的 q_c 个学生记入预录名单。如果申请的学生不足 q_c 个，就预录所有的学生。

第二轮 所有被拒绝的学生向他可接受并且没有拒绝过他的大学中最偏好的学校申请。每一所大学 c 考虑所有本轮申请的学生和上一轮留在预录名单上的学生，从中留下最好的 q_c 个学生，拒绝其他学生；如果学生不足 q_c 个，就留下所有的学生。被拒绝的学生进入下一轮申请，留下的学生记入预录名单。

……

第 K 轮 所有在上一轮被拒绝的学生向他可接受并且没有拒绝过他的大学中最偏好的学校申请。如果没有可接受的学校，这个学生就停止申请。每一所大学 c 考虑本轮所有申请的学生和上一轮留在预录名单上的学生，从中留下最好的 q_c 个学生，拒绝其他学生；如果学生不足 q_c 个，就留下所有的学生。被拒绝的学生进入下一轮申请，留下的学生记入预录名单。

当没有学生的申请被拒绝的时候，这个录取程序停止。由于学生和学校的数目有限，这个过程一定会在有限步后停止，所有留在预录名单上的学生就被学校正式录取。如果一个学生被所有的学校拒绝，那么这个学生就落榜了。

在高考问题对应的特殊大学招生模型中，通过 Gale-Shapley 学生最优机制可以达到学生最优的稳定匹配。由于所有学校的偏好都和考生分数排序相同，这时只存在唯一的稳定匹配。为了说明这一点，我们证明每一个稳定的匹配都可以作为高考录取博弈的纳什均衡结果。

定理 4 每一个稳定的匹配都可以作为一个高考录取博弈的均衡结果。

证明 设 μ 是一个稳定的匹配，我们考虑如下的策略组合 $Q=(Q_s,Q_{-s})$，学生 s 的策略 Q_s 是把他的匹配 $\mu(s)$ 作为第一志愿，其他的学校都不可接受。这时，通过高考机制我们必然有 $\mu(s)=T[Q](s)$。对于学生 s 如果存在一个策略 $\tilde{Q}$ 使得 $c=T[\tilde{Q},Q_{-s}](s)P_s\mu(s)$，这里 P_s 是学生 s 的真实偏好，必然有 $|\mu^{-1}(c)|<q_c$，或者存在 $\tilde{s}\in\mu^{-1}(c),sP_c\tilde{s}$，但这和匹配 μ 稳定矛盾。

这个定理也提供了一种构造高考招生博弈中纯策略均衡的方法。由于稳定匹配总是存在的，因此我们也证明了在高考志愿填报博弈中总是存在纯策

略纳什均衡的。结合我们证明的填报博弈中均衡结果的唯一性，我们证明了在高考问题对应的大学招生模型中稳定的匹配是唯一的。通过高考填报博弈的均衡和 Gale-Shapley 学生最优机制，都可以达到这个稳定匹配。但是和高考填报博弈相比，Gale-Shapley 学生最优机制在高考录取中更多的优势是：

定理 5（Dubins and Freedman，1981；Roth，1982） Gale-Shapley 学生最优机制是抗操纵的（strategy-proof）。

在 Gale-Shapley 学生最优机制下，每个人的真实偏好就是他的优势策略，不论其他人如何填报，考生填报自己真实的偏好得到的结果不比填报任何其他志愿来得差，这就是无操纵（Strategyproof）的含义。虽然在这个机制下均衡不唯一[5]，但是由于 Gale-Shapley 学生最优机制的无操纵性，给定其他人的均衡策略，考生使用自己真实偏好和他的均衡策略得到的结果是一样的。给定其他人的任何策略组合，考生的真实偏好总是他的最优反应之一，因而考生不需要协调，可以不必关心其他人填报的策略。在 Gale-Shapley 学生最优机制下，得到的匹配总是公平的，考生也不需要担心由于填报志愿不当而丧失了考分的优先性。Roth（1989）证明，即使考生对其他人和学校的偏好存在不确定时，在 Gale-Shapley 学生最优机制下每个考生申报真实偏好仍然是他的均衡策略。这样一来，即使是在考前或者估分填报时，使用 Gale-Shapley 学生最优机制仍使所有考生真实填报自己的志愿构成一个均衡，填报志愿十分简单，考分真正地发挥分配的作用。

在高考招生中，分数面前的公平性是实际操作中的基本要求，考分高的学生有更大的优先性录取到他偏好的学校，我们希望录取的机制是一个公平的机制。在所有的公平的机制中：

定理 6（Gale and Shapley，1962；Balinski and Sönmez，1999） Gale-Shapley 学生最优机制帕累托优于任何公平机制。

这个定理的含义是给定一个招生问题，按照 Gale-Shapley 学生最优机制录取得到的结果帕累托优于任何公平匹配的机制得到的结果。如果我们希望最后录取结果没有“高分低就”现象，那么 Gale-Shapley 学生最优机制得到的结果是所有分数公平匹配中帕累托最优的。

定理 7（Alcalde and Barberà，1994） 在高考招生问题中，Gale-Shapley 学生最优机制是唯一满足个人理性、公平、没有浪费和抗操纵的学生录取机制。

---

[5] 感谢匿名审稿人指出这一点。

这个定理刻画了在高考招生问题中 Gale-Shapley 学生最优机制的唯一性。只有 Gale-Shapley 学生最优机制才做到使得录取结果满足个人理性，没有浪费和分数公平，并且考生真实申报自己的学校偏好是优势策略。

分数的公平性的含义，一方面是指在高考录取过程中，一个学生的考分是他能否被学校录取的指标；另一方面，录取机制也应当尊重学生考分的进步，当一个学生的考分提高时，他所能达到的学校不会比他分数低时所能达到的学校还差。这样的机制就是尊重考分的机制。

定理 8（Balinski and Sönmez，1999）　唯一的尊重学生考分进步，并且满足个人理性，没有浪费和公平的学生录取机制是 Gale-Shapley 学生最优机制。

以上这些定理表明，如果高考制度仍然是用统一考试和分数来决定录取，Gale-Shapley 学生最优机制具有的许多性质优于当前的高考录取机制。

在 Gale-Shapley 大学招生模型中，与学生最优机制相应的还有大学最优机制，这个机制和学生最优机制的不同在于每一轮中由大学发出邀请，考生决定是否接受学校的邀请。Gale and Shapley（1962）证明学校最优机制也可以达到稳定的匹配。

Gale-Shapley 学校最优机制

第一轮　所有的学校向它偏好排序上前 q_c 个学生发出入学邀请。收到邀请的学生从中选择他最偏好的大学，拒绝其他大学的邀请。

第二轮　所有被拒绝的大学依据被拒绝的名额向它可接受并且在其偏好排序上未被邀请过的学生发出邀请。收到邀请的学生考虑本次所有的邀请和上一轮保留的邀请，从中选择他最偏好的学校，拒绝其他的邀请。

……

第 K 轮　所有在上一轮被拒绝的学校根据被拒绝的名额向它可接受并且在其偏好排序上未被邀请过的学生发出邀请。收到邀请的学生考虑本次所有的邀请和上一轮保留的邀请，从中选择他最偏好的学校，拒绝其他的邀请。

当没有学校的邀请被拒绝时，录取程序就停止。由于学生和学校的数目有限，这个过程一定会在有限步后停止，所有学校的邀请就被学生正式接受，学生被该学校正式录取。如果学生没有收到任何学校的邀请，那么这个学生就落榜了。

在高考录取对应的大学招生问题中，所有学校的偏好都相同，只有一个稳定的匹配，因此学校最优机制得到的结果和考生最优机制录取的结果是一样的。在一般的大学招生模型中，这两个机制下的结果是不同的。由于学校的偏好是考生的考分决定的排序，所有学校会偏好同样的考生，所有被拒绝的学校总是给同样的学生发送邀请，因而 Gale-Shapley 学校最优机制等价于

下面的机制：

分数公平系列独裁机制

先把所有考生按分数从高到低排序，然后从高分到低分一次一个依次录取。第一个考生从所有招生学校中，选择他最偏好的学校，被选学校的招生名额减少一个；如果一个学校用完招生名额，就停止招生；如果没有考生可接受的学校，他选择不上学。然后考虑下一个学生。一般来说，第 k 个考生从在他选择时仍招生的所有学校中选择他最偏好的学校，被选学校的招生名额相应地减少一个，如果学校用完招生名额，就停止招生；如果没有可接受的学校，他选择不上学；然后考虑下一个学生。这样一直下去，直到所有的考生都被考虑或者所有的学校的招生名额用完，招生停止，剩下的考生落榜。

在这个机制下，考生按照分数高低排序后依次选择，最后的录取结果是公平的，这个机制是帕累托有效，并且是抗操纵的（Zhou，1990）。这个机制在高考的具体录取操作中已经被应用了，就是江苏省 2005 年的“平行院校志愿”机制：

“平行院校志愿的投档原则是‘分数优先，遵循志愿’。具体地说，在某个批次投档时，计算机投档系统按照考生的高考 5 门科目总分从高到低顺序逐个检索、投档。当检索到某个考生时，再依次检索该考生所填报的 A、B、C 或 A、B、C、D、E 志愿。只要以上被检索的 3 所或 5 所院校志愿中一经出现符合投档条件的院校即向该院校投档，由高校决定该生录取与否及所录取专业；如该生填报的志愿经检索后均不符合投档条件，该生则无法被投档，但该生此时也已享受了本批次平行院校志愿的检索、投档机会，计算机将自动进行下一个考生的检索、投档。”

如果不考虑考生志愿中的学校数目限制[6]，“平行院校志愿”机制就是我们上面描述的系列独裁机制。因而，“平行院校志愿”机制也等价于 Gale-Shapley 学生最优机制。关于 Gale-Shapley 学生最优机制对传统的高考录取机制可能造成的改进，虽然我们没有明确的数据对比，但是从江苏省的政府工作总结中对于“平行院校志愿”机制的评价可以看到部分的效果[7]：

“……去年，我省实行平行志愿填报方式，志愿填报率明显提高、高分落榜考生明显减少、志愿有效率明显增强、降分院校和降分幅度明显降低，受到考生、家长、学校和社会的广泛赞誉。今年将继续实行平行志愿的方式，同时将进一步完善操作办法。”

---

[6] 考生只能填写三个学校，而在每个批次招生的学校上百个，数目限制可能会造成拥挤导致无效率。

[7] 来自《我省部署 2006 年普通高校招生工作》，见 http://www.jszs.net/zhaokaodongtai/184357.shtml。

五、结　　论

高考录取机制“第一志愿优先”的性质，致使录取机制不是一个公平机制，也不是一个抗操纵的机制。考生为了避免“高分低就”，使得高考志愿填报成了一个几十万考生参加的协调博弈。与当前的高考录取机制相比，Gale-Shapley 学生最优机制具有一系列的优良性质，而且这个机制也已经在实践中被广泛使用。江苏省 2005 年采用的“平行院校志愿”机制正是 Gale-Shapley 学生最优机制的一种特殊形式。这个录取制度的出现提供了制度自发演进的一个例子，印证了制度的变革可以减少无效率的原理。

“波士顿机制”与高考录取机制类似，也是“第一志愿优先”，Atila Abdulkadıroglu，Parag A. Pathak，Alvin E. Roth 和 Tayfun Sönmez（2006）分析了这个机制下学生填报的志愿数据。他们发现并不是所有的考生和家长都意识到或者有能力在这个机制下操纵自己的偏好，一些家长没有避免明显的错误。和经济理论中的均衡分析不同，在实际中可能并不是所有家长都有同样的能力和资源计算出均衡策略。因而录取机制无操纵也是一种公平的要求，使所有考生在同一平台上竞争。

本文分析了知分报考时的情形，只是把分数作为确定录取顺序的公平分配指标。使用分数的理由之一是分数反映了能力，分数如何反映能力这一点在比较报考时间安排时显得更加重要了。钟笑寒、程娜和何云帆（2004）得到了初步的结论，但是他们的结论依赖分数只是能力反映的假设。另一方面，高分数也和家庭教育和家庭投资有关。因而，需要经验研究考生高考分数的决定因素和能力之间的关系，这对于理解高考分数录取也有重要的启示作用。

对于是否按照考分标准来录取学生也存在争论，一些院校也在探索自主确定招生标准。当允许学校对学生有不同的排序时，高考录取机制就变成了“波士顿机制”，而这个机制与 Gale-Shapley 学生最优机制相比是有缺陷的（Abdulkadiroglu and Sönmez，2003）。Gale-Shapley 学生最优机制中也允许不同的学校对考生有不同的偏好，在这个情形下仍然是抗操纵的。如果高考录取仍然实行集中录取，Gale-Shapley 学生最优机制既可以允许学校有不同的评价标准，同时也提供给学生足够的选择空间。这个机制可以是高考录取机制改革方案的一个备选项。

本文只是理论的分析，从理论上比较了不同机制的效果。作为一个经验比较，一个工作就是可以利用考生实际填报的志愿数据比较 Gale-Shapley 学生最优机制和实际录取结果，虽然这些偏好不一定是考生真实偏好，但是可以提供考察机制变换对于不同考生的影响的一个可能基准。另一个常见的担心是由于高考录取人数规模太大，Gale-Shapley 学生最优机制的适用性可能受到限制。由于这个算法是多项式时间的，因此在实际应用时可以分成两阶

段来完成：第一阶段是考生和学校分别形成并报告自己的偏好，第二阶段是利用 Gale-Shapley 学生最优机制得到学生和学校的匹配。实际的高考录取也持续 3 个月的时间，随着现在计算机能力的提高，得出结果可能并不需要太多的时间。当然，机制的实际设计执行可能需要更多的考虑。[8]

本文的分析中忽略了志愿填报中包含的学校数目的限制，假设考生申报的志愿中可以包含任意数目的学校。志愿数目限制的存在使得考生在填报志愿时必须选择填报的学校，这种量的限制可能引起质的变化。Antonio Romero-Medina（1998）已经分析了存在数量限制时的 Gale-Shapley 学生最优机制下的博弈，一个值得进一步研究的方向就是分析存在数量限制时高考录取机制下的博弈，比较本文中的结论是否成立。

附　录

定理 1 的证明　给定个人理性、公平的匹配 μ，假设它不是帕累托有效的，则存在一个匹配 η，对于任意的 $s\in S$，都有 $\eta(s)R_s\mu(s)$，并且存在 $s_{i_1},\eta(s_{i_1})P_{s_{i_1}}\mu(s_{i_1})$，由偏好的严格性，我们知道 $\eta(s_{i_1})\neq c_0$。令 $\eta(s_{i_1})=c_{i_1}$，则由匹配 μ 的公平性，可以知道 $|\mu^{-1}(c_{i_1})|=q_{c_{i_1}}$，并且对于任意的 $\bar{s}\in\mu^{-1}(c_{i_1})$，都有 $f_{\bar{s}}>f_{s_{i_1}}$。由于在匹配 η 中，$\eta(s_1)=c_{i_1}$，因此必然存在 $s_{i_2}\in\mu(c_{i_1})$，满足 $\eta(s_{i_2})P_{s_{i_2}}\mu(s_{i_2})$。同样的方法，我们可以证明，对任意 $\eta(s_{i_k})P_{s_{i_k}}\mu(s_{i_k})$，我们都可以找到 $s_{i_{k+1}}$，满足 $\eta(s_{i_{k+1}})P_{s_{i_{k+1}}}\mu(s_{i_{k+1}})$，并且 $f_{s_{i_{k+1}}}>f_{s_{i_k}}$。由于学生的人数是有限的，这是不可能的。这样，我们就证明了任何一个个人理性、公平的匹配都是帕累托有效的匹配。

定理 3 的证明　（1）如果一个匹配 μ 是均衡的结果，必然是个人理性的。

不然，存在 $\bar{s}\in S$，有 $c_0P_{\bar{s}}\mu(\bar{s})$。这里 $\mu=T[Q^*_{\bar{s}},Q^*_{-\bar{s}}]$，$Q^*_{\bar{s}}$ 是在均衡时学生 $\bar{s}$ 的策略，他的真实的偏好是 $P_{\bar{s}}$，$Q^*_{-\bar{s}}$是除学生 $\bar{s}$ 外其他所有人的均衡策略。给定其他人的策略 $Q^*_{-\bar{s}}$不变，学生 $\bar{s}$ 的策略变为偏好 $\hat{Q}_{\bar{s}}$，偏好 $\hat{Q}_{\bar{s}}$ 把选择 c_0 作为学生 $\bar{s}$ 的第一志愿。在偏好组$(\hat{Q}_{\bar{s}},Q^*_{-\bar{s}})$下，高考机制的结果必然有 $c_0=T[\hat{Q}_{\bar{s}},Q^*_{-\bar{s}}](\bar{s})$，这样我们就得到 $c_0P_{\bar{s}}\mu(\bar{s})$。这和匹配 μ 是均衡匹配结果相矛盾。

（2）如果一个匹配 μ 是均衡的结果，必然是公平的。

如果匹配 μ 不是公平的，那么存在 $\bar{s}\in S$ 和 $\hat{c}\in C$，有 $\hat{c}P_{\bar{s}}\mu(\bar{s})$，或者 $|\mu^{-1}(\hat{c})|<q_{\hat{c}}$ 或者存在 $\tilde{s}\in\mu^{-1}(\hat{c})$，有 $f_{\tilde{s}}<f_s$。这里 $\mu=T[Q^*_{\bar{s}},Q^*_{-\bar{s}}]$，$Q^*_{\bar{s}}$ 是在均衡时学生 $\bar{s}$ 的策略，他的真实的偏好是 $P_{\bar{s}}$，$Q^*_{-\bar{s}}$是除学生 $\bar{s}$ 外其他所有人的策略。给定其他人的策略 $Q^*_{-\bar{s}}$不变，学生 $\bar{s}$ 的策略变为偏好 $\hat{Q}_{\bar{s}}$，偏好 $\hat{Q}_{\bar{s}}$ 把学校 $\hat{c}$ 作为学生 $\bar{s}$ 的第一志愿。在偏好组$(\hat{Q}_{\bar{s}},Q^*_{-\bar{s}})$下，高考机制的结果必然有 $\hat{c}=T[\hat{Q}_{\bar{s}},Q^*_{-\bar{s}}](\bar{s})$。这样我们就得到 $\hat{c}(\bar{s})P_{\bar{s}}\mu(\bar{s})$，这和 $\mu=T[Q^*_{\bar{s}},Q^*_{-\bar{s}}]$是纳什均衡结果矛盾。因此均衡结果必然是公平的。

[8] Atila Abdulkadıroglu, Parag A. Pathak, Alvin E. Roth(2005), Atila Abdulkadöroglu, Parag A. Pathak, Alvin E. Roth and Tayfun Sönmez(2005)总结了他们在美国公立学校录取中应用 Gale-Shapley 学生最优机制时的经验和结果。

(3) **如果** $|A|\neq 1$**，则存在两个均衡结果** $\mu_1=T[Q^1]$，$\mu_2=T[Q^2]$**，并且** $\mu_1\neq\mu_2$**。必然存在** $s_0\in S$**，有** $\mu_1(s_0)\neq\mu_2(s_0)$**，不妨设** $\mu_1(s_0)P_{s_0}\mu_2(s_0)$**，这是根据偏好的严格性得来的。**

令 $m_0=\mu_1(s_0)$**，由于** μ_2 **是公平的，我们必然有对于任意的** $\tilde{s}\in\mu_2^{-1}(m_0)$，$f_{\tilde{s}}>f_{s_0}$**，并且** $|\mu_2^{-1}(m_0)|=q_{m_0}$**。由于** μ_1 **是公平的，我们必然对于任意的** $\tilde{s}\in\mu_2^{-1}(m_0)$**，有** $\mu_1(\tilde{s})R_{\tilde{s}}m_0$**，不然就违反公平性。由于在** μ_1 **中可以有** $q_{m_0}+1$ **个人被学校** m_0 **录取，我们必然有** $s_1\in\mu_2^{-1}(m_0)$，$f_{s_1}>f_{s_0}$ **而且** $m_1=\mu_1(s_1)\neq m_0$**。由于偏好是严格的，我们必然有** $m_1P_{s_1}m_0$**；这样我们得到** $\mu_1(s_1)P_{s_1}\mu_2(s_1)$**，且** $f_{s_1}>f_{s_0}$**。对于任意的** $\mu_1(s_i)P_{s_i}\mu_2(s_i)$**，按照和上面同样的推理我们可以得到** $s_{i+1}\in\mu_2^{-1}(m_i)$，$f_{s_{i+1}}>f_{s_i}$ **并且** $\mu_1(s_{i+1})P_{s_i}\mu_2(s_{i+1})$**。**

这个推理可以一直进行下去，这和学生人数有限相矛盾，因此前提不成立，只有一个纳什均衡结果。

参 考 文 献

[1] Abdulkadiroglu, A., P. Pathak, and A. Roth, "The New York City High School Match", *American Economic Review*, 2005, 95(2), 364—367.

[2] Abdulkadiroglu, A., P. Pathak, A. Roth, and T. Sönmez, "The Boston Public School Match", *American Economic Review*, 2005, 95(2), 368—371.

[3] Abdulkadiroglu, A., P. Pathak, A. Roth, and T. Sönmez, "Changing the Boston School Choice Mechanism", 2006, NBER Working Paper 11965.

[4] Abdulkadiroglu, A., and T. Sönmez, "School Choice: A Mechanism Design Approach", *American Economic Review*, 2003, 93(3), 729—747.

[5] Alcalde, J., and S. Barberà, "Top Dominance and the Possibility of Strategy-proof Stable Solutions to Matching Problems", *Economic Theory*, 1994, 4(3), 417—435.

[6] Balinski, M., and T. Sönmez, "A Tale of Two Mechanisms: Student Placement", *Journal of Economic Theory*, 1999, 84(1), 73—94.

[7] Chen, Y., and T. Sönmez, "School Choice: An Experimental Study", *Journal of Economic Theory*, 2006, 127(1), 202—231.

[8] Dubins, L., and D. Freedman, "Machiavelli and the Gale-Shapley Algorithm", *American Mathematical Monthly*, 1981, 88(7), 485—494.

[9] Ergin, H., and T. Sönmez, "Games of School Choice under the Boston Mechanism", *Journal of Public Economics*, 2006, 90(1—2), 215—237.

[10] Gale, D., and L. Shapley, "College Admissions and the Stability of Marriage", *American Mathematical Monthly*, 1962, 69(1), 9—15.

[11] **聂海峰，"填报高考志愿哪种方式最优?"《南方经济》**，2006 **年第** 6 **期，第** 75—90 **页。**

[12] Romero-Medina, A., "Implementation of Stable Solutions in a Restricted Matching Market", *Review of Economic. Design* 1998, 3(2), 137—147.

[13] Roth, A., "The Economics of Matching: Stability and Incentives", *Mathematical Operation Research*, 1982, 7(4), 617—628.

[14] Roth, A., "The College Admissions Problems is not Equivalent to the Marriage Problem", *Journal of Economic Theory*, 1985, 36(2), 277—288.

[15] Roth, A., "Two-Sided Matching with Incomplete Information about Others' Preferences", *Games and Economic Behavior*, 1989, 1(2), 191—209.

[16] Roth, A., "A Natural Experiment in the Organization of Entry Level Labor Markets: Regional Markets for New Physicians and Surgeons in the U. K.", *American Economic Review*, 1991, 81(3), 415—440.

[17] Roth, A., "The Economist as Engineer: Game Theory, Experimentation, and Computation as Tools for Design Economics", *Econometrica*, 2002, 70(4), 1341—1378.

[18] Roth, A., and E. Peranson, "The Effects of a Change in the NRMP Matching Algorithm", *Journal of American Medical Association*, 1997, (278), 729—732.

[19] Roth, A., and E. Peranson, "The Redesign of the Matching Market for American Physicians: Some Engineering Aspects of Economic Design", *American Economic Review*, 1999, 89(4), 784—870.

[20] Roth, A., and M. Sotomayor, *Two-Sided Matching: A Study in Game Theoretic Modeling and Analysis*. London/New York: Cambridge Univ. Press, 1990.

[21] 钟笑寒、程娜、何云帆,"花落谁家——高考志愿填报机制的博弈模型",《经济学季刊》,2004 年第 3 卷第 3 期,第 763—778 页。

[22] Zhou, L., "On a Conjecture by Gale about One-Sided Matching Problems", *Journal of Economic Theory*, 1990, 52(1), 123—135.

A Game-theoretical Analysis of China's College Admission Mechanism

HAIFENG NIE

(*Sun Yat-sen University*)

Abstract The College admission mechanism in China is a giant revealing preference game played by millions of students every year. Unfortunately, the true preferences of students are not their optimal equilibrium strategies. We prove that the equilibrium outcome is unique and Pareto efficient, but it is hardly a possible mission for students to coordinate to equilibrium. Fortunately, the admirable Gale-Shapley model of deferred-acceptance mechanism in college admission can be adapted to achieve the same outcome with more advantages. A great deal of efficiency would be achieved if the existing college admission mechanism had been replaced.

JEL Classification C78, D61, D78