同质市场中产量匹配惩罚策略下的默契合谋

卢远瞩*

摘　要　本文研究了同质产品市场中产量匹配惩罚策略下的默契合谋。我们得到的结论如下：(1) 同质市场中的默契合谋是可能的；(2) 垄断产量不可能通过合谋实现；(3) 与纳什回归惩罚策略相比，合谋有可能更加困难，也有可能同等容易。我们将得到的结论与 Lu and Wright (2010) 所研究的价格匹配惩罚策略下的默契合谋进行了比较，并给出了一个线性需求函数的例子。

关键词　产量匹配惩罚策略，默契合谋，跨期反应函数

一、引　　言

自从 Friedman (1971) 题为 “A Noncooperative Equilibrium for Supergames” 的论文发表以来，数量众多的研究默契合谋的模型都假设参与企业采用触发策略，触发策略又分成两种：一种是 Friedman (1971) 首先提出的纳什回归惩罚策略 (Nash-reversion)，另一种是 Abreu (1986，1988) 提出的最优惩罚策略。这些惩罚规则都有一个不太有吸引力的特征：惩罚的程度与企业偏离的程度完全无关。Friedman and Samuelson (1994，p. 56) 指出：“在许多情况下，将任意小的偏离与严重的处罚相联系的策略似乎是不合情理的。”

从 Friedman (1968) 开始，有许多文献研究，在企业每时期采用连续的跨期反应函数 (continuous intertemporal reaction functions) 这种类型的策略而不是触发策略的情况下，默契合谋是否能够产生。在连续的跨期反应函数这种类型的策略下，企业在某一时期的价格是其竞争对手上一期价格的连续函数。Stanford (1986) 发现，如果仅仅依赖于竞争对手上一期的价格，那么在这种类型的策略下将不再有子博弈完美。后来，Samuelson (1987) 和 Friedman and Samuelson (1990，1994) 允许企业采取的惩罚策略也依赖于该企业自身上一期的价格，这样一来，子博弈完美仍然存在。但是，他们的策略非常复杂。Friedman and Samuelson (1990，p. 323) 提出了一个问题：是否

* 中央财经大学中国经济与管理研究院。通信地址：北京市海淀区学院南路 39 号中央财经大学中国经济与管理研究院，100081；E-mail：yuanzhulu@cufe.edu.cn；电话：010-62288397。感谢两位审稿人有价值的意见和建议，这些意见和建议对论文的修改和完善有很大的帮助，提升了论文的质量。感谢我的硕士研究生陈琳在论文写作过程中提供的协助。当然，文责自负。

存在这样的博弈，它的均衡策略是特别简单的连续反应函数？

作为对这一问题的回答，Lu and Wright（2010）研究了价格匹配惩罚策略下的默契合谋。所谓价格匹配惩罚策略是指，提价不会引起竞争对手的任何反应，只有降价才会被匹配，而且如果价格下降到纳什均衡价格以下，那么竞争对手将会把价格定在纳什均衡价格。这是因为，对低于纳什均衡价格的价格进行匹配显然是不合理的。在价格匹配惩罚策略下，Lu and Wright（2010）发现：（1）同质市场中的默契合谋是不可能发生的；（2）垄断价格不可能通过合谋实现；（3）与纳什回归惩罚策略相比，合谋变得更加难以维持。[1]

一个自然而然的问题是：如果企业进行产量竞争从而采用产量匹配惩罚策略，结果会有什么不同？与 Lu and Wright（2010）定义的价格匹配惩罚策略类似，我们将产量匹配惩罚策略定义为，不对产量下降进行匹配，仅对产量提高进行匹配，而且，如果产量提高到超出纳什均衡产量水平，那么竞争对手会将产量定在纳什均衡产量。

Lu and Wright（2010）提供了一些企业在实践中进行价格匹配或采用价格匹配惩罚策略的证据。文献中也存在企业进行产量匹配或采用产量匹配惩罚策略的证据。例如，Doyle and Snyder（1999）研究了美国汽车市场1965—1995年的数据，发现汽车企业公布的生产计划影响其他汽车企业随后对它们自己的生产计划的修订以及最终的产量，而且这种互相影响是互补的：大规模的生产计划或者调高产量会引起竞争对手调高产量。Levinstein（1997）研究了来自溴行业的证据，指出 Dow Chemical 和 Bromkonventional 这两家公司之间的合谋涉及公开的产量匹配规则（p. 131）。

本文研究了在产量匹配惩罚策略下同质市场中的默契合谋。我们发现，在产量匹配惩罚策略下：（1）同质市场中的默契合谋是可能的。（2）垄断产量不可能通过合谋实现。（3）与纳什回归惩罚策略相比，合谋有可能更加困难，也有可能同等容易；利用一个线性需求函数的例子，我们得到，在企业数量为2或3家或者企业数量超过3家且合谋产量较低时，合谋变得更加难以维持；而在企业数量超过3家且合谋产量较高时，合谋维持的难度与纳什回归惩罚策略下相同，这是因为在这种情况下，企业的最优偏离是偏离到静态博弈时的最优反应函数所决定的产量水平，这一产量水平超过了纳什均衡产量，从而引发其他企业回到纳什均衡产量，也就是说这样的最优偏离和竞争对手的惩罚都与纳什回归惩罚策略下并无二致。

在 Lu and Wright（2010）所讨论的价格匹配惩罚策略下，同质市场中的

[1] 李建标等（2008）的研究发现，价格匹配模型的预测与实验结果最为接近。他们的论文重点参考了 Lu and Wright（2010）正式发表之前的工作论文。

默契合谋是不可能的。其原因在于每家企业都有激励将价格降低一个无穷小量，这样可以获得全部的市场需求而招致的惩罚无穷小。在产量竞争的情形下，由于企业提高产量并不能获得全部的市场需求，因此相应的结论不再成立，即默契合谋在产量匹配惩罚策略下是有可能产生的。垄断产量之所以不可能通过合谋实现，是因为将产量从垄断产量处略微提高，对偏离者当期的利润增加存在一阶效应，而对随后各期的利润减少没有一阶效应。在产量匹配惩罚策略下合谋不会变得更加容易，这是因为偏离者既可以选择较小程度的偏离（仍然低于纳什均衡产量），也可以选择较大程度的偏离（超过纳什均衡产量）。而后一种偏离下，产量匹配惩罚策略规定的惩罚和纳什回归惩罚策略一致。由于偏离者多了一种选择，因此合谋不会变得更容易。

产量匹配惩罚策略下最低的可合谋产量与纳什回归惩罚策略下的区别表明，惩罚策略的选择并不纯粹是为了模型化方便而作出的选择。同样地，产量匹配惩罚策略下最低的可合谋产量与价格匹配惩罚策略下最高的可合谋价格两者之间的不同性质表明，企业的竞争方式对默契合谋的形成和难易程度具有很大的影响。

本文剩下部分的结构如下：第二部分给出了产量匹配惩罚策略下的默契合谋理论，第三部分将这一理论应用于一个线性需求函数的例子，第四部分是本文的结论。

二、产量匹配惩罚策略下的默契合谋

除了所考虑的策略之外，我们用以往的标准框架来分析默契合谋。考虑同质产品市场中对称的 n 家企业进行无限期的产量竞争。每一时期市场反需求函数为 $P(Q)=P(q_i+Q_{-i})$，每一时期企业 i 的利润可以表示为 $\pi_i(q_i,\boldsymbol{q}_{-i})=P(q_i+Q_{-i})q_i-C(q_i)$，其中，$\boldsymbol{q}_{-i}$代表企业 i 的竞争对手所选择的产量向量，即 $\boldsymbol{q}_{-i}\equiv(q_1,\cdots,q_{i-1},q_{i+1},\cdots,q_n)$，$Q_{-i}=\sum\limits_{j\neq i}q_j$，$C(\cdot)$代表生产的成本函数。企业对未来的利润按照贴现因子 $\delta\in(0,1)$来贴现。给定企业是对称的，如果每家企业选择相同的产量 q，那么我们将企业 i 的利润记为 $\pi(q)$，即 $\pi(q)=\pi_i(q,\boldsymbol{q})=P(nq)q-C(q)$。记唯一的静态古诺竞争的均衡产量为 $q^n=q_i^n$，$\forall i$，唯一的垄断产量为 $q^m=q_i^m$，$\forall i$。[2]记企业 i 的最优反应函数为 $R_i(Q_{-i})$，即 $R_i(Q_{-i})$满足 $\partial\pi_i(R_i(Q_{-i}),\boldsymbol{q}_{-i})/\partial q_i=0$。

企业希望维持某一共同的合谋产量 $q^c\in[q^m,q^n)$，为了维持合谋所采用的惩罚策略是产量匹配惩罚策略。我们假设每家企业能够观察到竞争对手的产

[2] 下文我们将给出假设保证 q^n 和 q^m 的唯一性。

量，或者，等价地，假设每家企业能够观察到产品的价格。两者之间的等价性是因为我们假定需求函数是确定的而不是随机的。

企业 i 的产量匹配惩罚策略定义为：在初始时期0企业 i 将产量设定为共同的合谋产量 q^c，从时期1往后，它将产量设定为所有企业在前一时期的产量和 q^c 之间的最大值，只要这一产量不超过 q^n；如果这一产量超过 q^n，那么企业 i 将产量设定为 q^n。正式地，记企业 i 在时期 t 的产量为 $q_{i,t}$，企业 i 的产量匹配惩罚策略可以表示为

$$\begin{aligned} q_{i,0} &= q^c, \\ q_{i,t+1} &= \min(q^n, \max(q_{i,t}, \boldsymbol{q}_{-i,t}, q^c)). \end{aligned} \tag{1}$$

假定只有一家竞争企业改变产量：从（1）可以看出，如果该竞争对手降低产量，那么企业 i 不会进行产量匹配；如果该竞争对手将产量提高到介于 q^c 和 q^n 之间，那么企业 i 将会进行产量匹配；如果该竞争对手将产量提高到超过 q^n，那么企业 i 将会设定产量为 q^n。

如果我们定义的产量匹配惩罚策略组合构成一个子博弈完美均衡，那么我们说，产量 q^c 是能够被产量匹配惩罚策略所支持的。

在定义上述产量匹配惩罚策略（1）时，我们很小心地描述了对于任何的产量历史企业应该如何行动。如果某一竞争对手将产量提高到超过 q^n，那么匹配是不合理的。这正是在（1）中偏离的产量超过 q^n 将使得合谋破裂的原因。一旦这样的偏离发生，每家企业都会将产量设定为古诺均衡产量 q^n。产量匹配惩罚策略（1）也处理了所有企业同时将产量降低的情形。由于在均衡时只有单方面的偏离需要防止，对于这样的产量历史，产量设定的策略可以任意定义，但仍要以保证子博弈完美为条件。这正是策略（1）规定每家企业不对降低产量进行匹配的原因。策略（1）保证了企业的策略是连续的跨期反应函数，这也是 Friedman and Samuelson（1990，1994）以及很多其他学者希望维持的一个要求。

为了保证企业之间的产量竞争是行为良好的，我们做出以下假设。

假设 1. 反需求函数 $P(Q)$ 满足在 $P>0$ 的区间上 $P'<0$，且 $P'(Q)+QP''(Q)<0$。[3]

2. 成本函数 $C(q_i)$ 是凸函数，即 $C''(q_i)\geqslant 0$。

在这些假设下，$\pi_i(q_i,\boldsymbol{q}_{-i})$ 是 q_i 的严格凹函数，即

$$\partial^2\pi_i(q_i,\boldsymbol{q}_{-i})/\partial q_i^2 = 2P'(Q)+q_iP''(Q)-C''(q_i)<0, \quad \forall i, \tag{2}$$

而且，最优反应函数的斜率为负且大于 -1：

[3] 注意“$P'(Q)+QP''(Q)<0$”蕴涵着“$P'(Q)+q_iP''(Q)<0$”。这是因为，如果 $P''(Q)\leqslant 0$，那么自然有 $P'(Q)+q_iP''(Q)<0$；如果 $P''(Q)>0$，那么 $P'(Q)+q_iP''(Q)\leqslant P'(Q)+QP''(Q)<0$。后文有些地方需要用到这一事实。如(2)式和(3)式都需要用到 $P'(Q)+q_iP''(Q)<0$。

$$R_i'(Q_{-i}) = -\frac{\partial^2 \pi_i / \partial q_i \partial Q_{-i}}{\partial^2 \pi_i / \partial q_i^2} = -\frac{P'(Q) + q_i P''(Q)}{2P'(Q) + q_i P''(Q) - C''(q_i)} \in (-1,0). \tag{3}$$

（2）和利润函数的连续性保证了纳什均衡的存在性。（3）意味着产量在战略上是相互替代的，同时也保证了纳什均衡的唯一性[4]，因此 q^n 是定义良好的。注意到

$$\pi''(q) = n^2 q P''(nq) + 2nP'(nq) - C''(q) < 0, \tag{4}$$

因此 q^m 是定义良好的。特别地，q^n 和 q^m 分别由下面的（5）式和（6）式决定：

$$\frac{\partial \pi_i(q^n, \boldsymbol{q}^n)}{\partial q_i} = q^n P'(nq^n) + P(nq^n) - C'(q^n) = 0, \tag{5}$$

$$\pi'(q^m) = nq^m P'(nq^m) + P(nq^m) - C'(q^m) = 0. \tag{6}$$

Lu and Wright（2010）指出，在价格匹配惩罚策略下，同质市场中默契合谋是不可能发生的，这是因为每一企业都有激励将价格降低一个无穷小量，这样可以获得全部的市场需求而招致的惩罚无穷小。在产量竞争的情形下，由于企业提高产量并不能获得全部的市场需求，因此相应的结论不再成立，即默契合谋在产量匹配惩罚策略下是有可能产生的。这是产量匹配惩罚策略和价格匹配惩罚策略在维持默契合谋方面的一个重大差别。

给定我们定义的产量匹配惩罚策略（1），偏离企业（比如说企业 i）有两种偏离方式：(a) 它可以进行较小程度的偏离，即偏离产量 q^d 仍然低于 q^n；(b) 它也可以进行较大程度的偏离，即 $q^d \geqslant q^n$。

如果企业 i 进行较小程度的偏离，即 $q^c \leqslant q^d < q^n$，那么，它在偏离当期的利润为 $\pi_i(q^d, \boldsymbol{q}^c)$，在之后的每期它的利润为 $\pi_i(q^d, \boldsymbol{q}^d) = \pi(q^d)$，因此，它的利润的现值为

$$\begin{aligned} &\pi_i(q^d, \boldsymbol{q}^c) + \frac{\delta}{1-\delta}\pi(q^d) \\ &\quad = P(q^d + (n-1)q^c)q^d - C(q^d) + \frac{\delta}{1-\delta}(P(nq^d)q^d - C(q^d)). \end{aligned} \tag{7}$$

首先，我们可以得到下面的命题：

命题 1　在产量匹配惩罚策略下，垄断产量不可能通过合谋实现。

证明：给定策略（1），将产量从垄断产量处略微提高得到的好处是

$$[\pi_i(q^d, \boldsymbol{q}^m) + \delta\pi(q^d)/(1-\delta)] - \pi(q^m)/(1-\delta). \tag{8}$$

由于 $q^d = q^m$ 时，$\partial \pi_i(q^d, \boldsymbol{q}^m)/\partial q^d > 0$，$\mathrm{d}\pi(q^d)/\mathrm{d}q^d = 0$，[5] 因此，将产量提高到略高于垄断产量总是有利可图的。[6] ■

[4] 参见 Vives(2001, Theorem 2.8, p.43)。
[5] 这里用到的不等式和等式应该是显而易见的。读者也可以将其表达式写出来进行验证。
[6] 注意当 $q^d = q^m$ 时，(8)式将等于零。

这一结果反映了这样一个事实：从垄断产量开始，较小的产量增加（随后各期被匹配）对未来的合谋利润没有一阶效应（这是由于合谋利润在垄断产量处达到最大），即 $\mathrm{d}\pi(q^m)/\mathrm{d}q^d=0$，但是对偏离当期的利润增加具有一阶效应，即 $\partial\pi_i(q^m,\boldsymbol{q}^m)/\partial q^d>0$（由于产量在战略上是相互替代的）。

下面我们研究高于垄断产量的产量是否能够被产量匹配惩罚策略所支持。答案是肯定的。

命题 2 对于任意给定的贴现因子 $\delta\in(0,1)$，存在某一能够被产量匹配惩罚策略所支持的最低可合谋产量。这一产量表示为 $\underline{q}^c(\delta)$，由下面的（16）式决定。任何介于 $\underline{q}^c(\delta)$ 和 q^n 之间的产量都能够被产量匹配惩罚策略所支持。

证明：根据一阶段偏离原理（Fudenberg and Tirole，1991，pp. 108—110），我们只需检查，对于某一企业，例如企业 i，对于到时期 t 为止的任何历史，是否有激励在时期 t 偏离一个时期而在随后的时期遵从策略（1）。

给定策略（1），唯一相关的历史是在上一时期各企业设定的产量。记上一期的产量向量为 $(q_1,\cdots,q_i,\cdots,q_n)$。如果存在 $q_j>q^n$，那么，策略（1）显然定义了该子博弈的一个纳什均衡。如果不存在这样的 q_j，那么接下来的子博弈与所有企业在每一时期都将产量设定为共同的合谋产量 $\max(q_i,\boldsymbol{q}_{-i},q^c)$ 这一历史情形下接下来的子博弈等同。为了证明子博弈完美，我们只需证明，如果一家企业不能通过从合谋产量 q^c 偏离而获益，那么它也不能从任何更高的合谋产量偏离而获益。

假定我们考虑某一合谋产量 $q\in[q^c,q^n)$。如前所述，企业 i 有两种偏离方式。首先，考虑企业 i 是否有激励进行较小程度的偏离。如果企业 i 设定相等的产量 q 或者更高的产量 $q^d\in(q,q^n)$，那么，它的利润可以表示为

$$\begin{aligned}\pi_i(q^d,\boldsymbol{q})+\frac{\delta}{1-\delta}\pi(q^d)&=P(q^d+(n-1)q)q^d-C(q^d)\\&\quad+\frac{\delta}{1-\delta}(P(nq^d)q^d-C(q^d)).\end{aligned}\tag{9}$$

我们定义

$$\Delta\Pi(q)\equiv\left[\frac{\partial\pi_i(q^d,\boldsymbol{q})}{\partial q_i}+\frac{\delta}{1-\delta}\frac{\mathrm{d}\pi(q^d)}{\mathrm{d}q^d}\right]_{q^d=q}.\tag{10}$$

企业 i 不能通过从合谋产量 q^c 偏离而获益意味着 $\Delta\Pi(q^c)\leqslant0$，否则，它将通过提高产量而获益。我们希望证明，对于任意的产量 $q\in(q^c,q^n)$，有 $\Delta\Pi(q)\leqslant0$。将（9）式代入（10）式进行计算，我们得到

$$\begin{aligned}\Delta\Pi(q)&=P'(nq)q+P(nq)-C'(q)+\frac{\delta}{1-\delta}[P'(nq)nq+P(nq)-C'(q)]\\&=\frac{1}{1-\delta}[(1-\delta+n\delta)P'(nq)q+P(nq)-C'(q)].\end{aligned}\tag{11}$$

将（11）式对 q 求导，有

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}q}(\Delta\Pi(q)) = \frac{1}{1-\delta}[(1-\delta+n\delta)(P'(nq)+nqP''(nq)) + nP'(nq) - C''(q)] < 0. \tag{12}$$

因此，我们有，对于任意的产量 $q\in(q^c,q^n)$，$\Delta\Pi(q)<0$。这意味着，企业 i 不能通过从合谋产量 $q\in(q^c,q^n)$ 进行第一种方式的偏离而获益。容易验证 $\Delta\Pi(q^n)<0$，$\Delta\Pi(q^m)>0$，再加上 $\mathrm{d}(\Delta\Pi(q))/\mathrm{d}q<0$，我们可以得出结论，存在唯一的产量 $\underline{q}_s^c(\delta)\in(q^m,q^n)$，使得

$$\Delta\Pi(\underline{q}_s^c(\delta)) = 0 \Longleftrightarrow$$

$$(1-\delta+n\delta)P'(n\underline{q}_s^c(\delta))\underline{q}_s^c(\delta) + P(n\underline{q}_s^c(\delta)) - C'(\underline{q}_s^c(\delta)) = 0, \tag{13}$$

下标 s 表示由较小程度的偏离方式无利可图所决定的最低可合谋产量。为了强调它与 δ 有关，我们将其表示为 $\underline{q}_s^c(\delta)$。相应地，较大程度的偏离方式无利可图所决定的最低可合谋产量记为 $\underline{q}_l^c(\delta)$。

接下来我们考虑企业 i 是否有激励进行较大程度的偏离，即 $q^d\geqslant q^n$。这种偏离将引致竞争企业在随后各期将产量设定为 q^n，因此随后各期的利润水平为 $\pi(q^n)$。在 $q^d\geqslant q^n$ 的前提下，这一利润水平与企业偏离程度无关，因此，最优的偏离产量由静态博弈的最优反应函数决定，从而最优的偏离产量为 $R_i((n-1)q^c)$。企业 i 不能通过从合谋产量 q^c 偏离而获益意味着

$$\pi(q^c)/(1-\delta) \geqslant \pi_i(R_i((n-1)q^c),\boldsymbol{q}^c) + \delta\pi(q^n)/(1-\delta).$$

在纳什回归惩罚策略下，有一个标准的结论：对于一个固定的贴现因子 $\delta\in(0,1)$，如果某一产量 q^c 是可合谋的，那么更高的产量 $q\in(q^c,q^n)$ 一定是可合谋的。显然，如果 δ 充分大，也就是说未来的利润很重要，那么即使是垄断产量也是可合谋的；特别地，如果 $\delta\geqslant\frac{\pi_i(R_i((n-1)q^m),\boldsymbol{q}^m)-\pi(q^m)}{\pi_i(R_i((n-1)q^m),\boldsymbol{q}^m)-\pi(q^n)}$，那么最低的可合谋产量为 q^m。如果 δ 并不是充分大，那么最低的可合谋产量 $\underline{q}_{l2}^c(\delta)\in(q^m,q^n)$ 满足

$$\pi(\underline{q}_{l2}^c(\delta))/(1-\delta) = \pi_i(R_i((n-1)\underline{q}_{l2}^c(\delta)),\underline{\boldsymbol{q}}_{l2}^c(\delta)) + \delta\pi(q^n)/(1-\delta).^{7} \tag{14}$$

因此，由“较大规模的偏离无利可图”这一条件决定的最低的可合谋产量为

$$\underline{q}_l^c(\delta) = \max\{q^m,\underline{q}_{l2}^c(\delta)\}. \tag{15}$$

产量匹配惩罚策略下的合谋要求两种偏离方式都无利可图。因此，该策略下的最低可合谋产量为

$$\underline{q}^c(\delta) = \max\{\underline{q}_s^c(\delta),\underline{q}_l^c(\delta)\} = \max\{\underline{q}_s^c(\delta),\underline{q}_{l2}^c(\delta)\},^{8} \tag{16}$$

---

[7] 这一方程的一个解是 q^n，这里应该取另一个较小的解。

[8] 这里我们用到了 $\underline{q}_s^c(\delta)>q^m$ 这一结论。

其中,$\underline{q}_s^c(\delta)$和$\underline{q}_{l2}^c(\delta)$分别由(13)式和(14)式决定。 ■

命题2表明,由于与更低的合谋产量相联系的偏离比与更高的合谋产量相联系的偏离更加有利可图,因此,如果企业不愿意偏离初始的合谋产量,那么它们也不会偏离任何惩罚子博弈。

从命题1我们得知,最低的可合谋产量严格高于垄断产量。更一般地,我们有

命题3 与纳什回归惩罚策略相比,产量匹配惩罚策略下的合谋有可能更加困难,也有可能同等容易。

证明:在命题2的证明中,我们区分了偏离企业的两种偏离方式,其中较大程度的最优偏离和相应的惩罚与纳什回归惩罚策略下完全相同。由于多出一种偏离方式,合谋不会变得更加容易维持。如果较小程度的最优偏离比较大程度的最优偏离更优,那么合谋将会更加难以维持;如果较大程度的最优偏离比较小程度的最优偏离更优,那么合谋维持的难度和纳什回归惩罚策略下相同。命题2的证明表明,后一种情况是可能的。[9] ■

Lu and Wright(2010)证明,在价格匹配惩罚策略下,合谋总是变得比纳什回归惩罚策略下更难维持。与此不同的是,在产量匹配惩罚策略下,我们得到的结论是合谋有可能更难维持也有可能同等容易维持。这是因为价格匹配惩罚策略下,偏离者不会选择较大程度的偏离,即将价格降至纳什均衡价格以下。更深层次的原因是,价格是战略互补品,而产量则是战略替代品。

与纳什回归惩罚策略相比,当合谋产量较低(即较接近垄断产量)时,产量匹配惩罚策略下的默契合谋要求企业更有耐心。这是因为,当合谋产量较低时,较小程度的偏离比较大程度的偏离更优。为了使这种偏离变得无利可图,要求企业较为关心未来的利润。

在实践中,企业之间的合谋并不像基于触发策略的标准理论预期的那么有效,正如Cabral(2000,p.131)指出的那样,"……如果企业不是重复竞争时,我们得到了一个谜(甚至在只有两家企业时也会得到竞争价格),现在我们有一个相反的谜:模型预测企业几乎总是能够达成合谋,将价格定为垄断价格。为什么在实践中企业没有更加经常地合谋呢?"在这里,Cabral所说的是价格竞争的情形,类似的描述也适用于产量竞争的情形,即"在没有重复竞争时,企业的古诺竞争产量较高;而在重复竞争时,企业在触发策略下很容易达成合谋,使行业的总产量等于垄断产量。为什么在实践中企业没有更加经常地合谋呢?"我们的命题3对此提供了一种解释。如果就合谋行为进行

[9] 第三部分的线性需求函数的例子也是一个证据。

公开的沟通是非法的，那么，企业可能发现要就采取触发策略而相互协调存在困难。相反，在产量匹配惩罚策略下的合谋可能会成为一个焦点均衡。关于匹配竞争对手的产量增加这种含糊的声明可以在不会被认为非法的情况下向竞争对手发送匹配规则的信号。

三、线性需求函数的例子

在这一部分中，我们将第二部分的理论应用于一个线性需求函数的例子。一个存在 n 家企业的同质产品市场的反需求函数为 $P(Q)=a-bQ=a-b\sum_i q_i$。各企业生产的边际成本相等，我们将其正规化为 0。容易求得垄断产量、价格和利润分别为 $q^m=q_1^m=q_2^m=a/2nb$，$p^m=a/2$，$\pi^m=\pi_1^m=\pi_2^m=a^2/4nb$；古诺纳什均衡产量、价格和利润分别为 $q^n=q_1^n=q_2^n=a/(n+1)b$，$p^n=a/(n+1)$，$\pi^n=\pi_1^n=\pi_2^n=a^2/(n+1)^2b$。在静态古诺竞争中，企业 i 的最优反应函数为 $q_i=\left(a-b\sum_{j\neq i}q_j\right)\Big/2b$。

考虑在产量匹配惩罚策略下某一产量 $q^m\leqslant q^c<q^n$ 是否能够合谋。这里，由于 q^n 总是能够合谋的，我们规定 $q^c<q^n$。考虑某一偏离企业，例如企业 1，是否有激励偏离。企业 1 有两种偏离方式：(a) 它可以进行较小程度的偏离，即偏离产量 q^d 仍然低于 q^n；(b) 它也可以进行较大程度的偏离，即 $q^d>q^n$。

如果企业 1 进行较小程度的偏离，那么，它在偏离当期的利润为 $q^d(a-(n-1)bq^c-bq^d)$，之后每期的利润为 $q^d(a-nbq^d)$，因此，它的利润的现值为

$$q^d(a-(n-1)bq^c-bq^d)+\frac{\delta}{1-\delta}q^d(a-nbq^d). \tag{17}$$

企业 1 将在约束 $q^c\leqslant q^d<q^n$ 下选择 q^d 以最大化其利润。如果 q^c 是可以合谋的，那么这一优化问题的解应该是 $q^d=q^c$。在没有任何约束的情况下，上述优化问题的解为

$$q^{d^*}=[a-(1-\delta)(n-1)bq^c]/2b[1+(n-1)\delta]. \tag{18}$$

注意当且仅当 $q^c\geqslant\dfrac{a}{b[n+1+(n-1)\delta]}$ 时，$q^{d^*}\geqslant q^c$。因此，当且仅当 $q^c\geqslant\dfrac{a}{b[n+1+(n-1)\delta]}$ 时，上述带约束 $q^n<q^d\leqslant q^c$ 的优化问题的解为 $q^{d^*}=q^c$。这也就是说，当

$$q^c\geqslant\frac{a}{b[n+1+(n-1)\delta]} \tag{19}$$

时，较小程度的偏离是无利可图的，企业 1 不会选择这样的偏离。

如果企业 1 进行较大程度的偏离，那么，这种偏离将引致其他企业在随后各期选择生产古诺均衡产量 q^n。在这种情况下，产量匹配惩罚策略与纳什回

归惩罚策略毫无二致。企业 1 将按照其最优反应函数选择偏离产量，即 $q^{d^{**}}=(a-(n-1)bq^{c})/2b$，因而在偏离当期的利润为 $\pi^{d^{**}}=[a-(n-1)bq^{c}]^{2}/4b$。在随后各期的利润等于古诺均衡利润 $\pi^{n}=a^{2}/(n+1)^{2}b$。而如果企业 1 选择不偏离，那么每期得到的利润为 $\pi(q^{c})=(a-nbq^{c})q^{c}$。当且仅当如下的条件得以满足时，企业 1 不会进行较大程度的偏离：

$$\pi(q^{c})/(1-\delta)\geqslant\pi^{d^{**}}+\delta\pi^{n}/(1-\delta). \tag{20}$$

将上述各利润的表达式代入进行简化后，我们得到，当

$$q^{c}\geqslant\begin{cases}q^{m}=\dfrac{a}{2nb}, & \text{如果 } \delta\geqslant(n+1)^{2}/(n^{2}+6n+1),\\ \dfrac{a[(n+1)^{2}-(n+3)(n-1)\delta]}{b(n+1)[(n+1)^{2}-(n-1)^{2}\delta]}, & \text{其他情形}\end{cases} \tag{21}$$

时，较大程度的偏离是无利可图的。

只有在两种偏离方式都无利可图时，即（19）式和（21）式同时满足时，合谋才能够维持。注意到$\dfrac{a}{b[n+1+(n-1)\delta]}>\dfrac{a}{2nb}$。因此，在产量匹配惩罚策略下，最低的可合谋产量为

$$\underline{q}^{c}(\delta)=\max\left\{\frac{a}{b[n+1+(n-1)\delta]},\frac{a[(n+1)^{2}-(n+3)(n-1)\delta]}{b(n+1)[(n+1)^{2}-(n-1)^{2}\delta]}\right\}. \tag{22}$$

等价地可以写成

$$\underline{q}^{c}(\delta)=\begin{cases}\dfrac{a}{b[n+1+(n-1)\delta]}, & \text{如果 } \delta>\dfrac{(n-3)(n+1)}{(n+3)(n-1)},\\ \dfrac{a[(n+1)^{2}-(n+3)(n-1)\delta]}{b(n+1)[(n+1)^{2}-(n-1)^{2}\delta]}, & \text{其他情形.}\end{cases} \tag{23}$$

注意到当 $n=2$ 时，$(n-3)(n+1)/[(n+3)(n-1)]<0$，而当 $n=3$ 时，其值为零。因此，当企业的数量为 2 或 3 家或者企业的数量超过 3 家但贴现因子较大时，最低的可合谋产量由“较小程度的偏离无利可图”条件决定，这一最低可合谋产量高于纳什回归惩罚策略下相应的最低可合谋产量；与此相反，当企业的数量超过 3 家但贴现因子较小时，最低的可合谋产量由“较大程度的偏离无利可图”条件决定，它等于纳什回归惩罚策略下相应的最低可合谋产量。

容易验证，最低可合谋产量是贴现因子的减函数。贴现因子越大，即未来的利润对企业越重要，企业偏离的激励越小，最低可合谋的产量也就越低。图 1 和图 2 给出了最低可合谋产量与贴现因子之间的关系。各参数的取值分别为 $a=10$，$b=1$，在图 1 中，$n=2$，而在图 2 中，$n=10$。为了与纳什回归惩罚策略下相比较，我们也给出了在该惩罚下最低可合谋产量与贴现因子之间

的关系，即（21）式所示的关系。

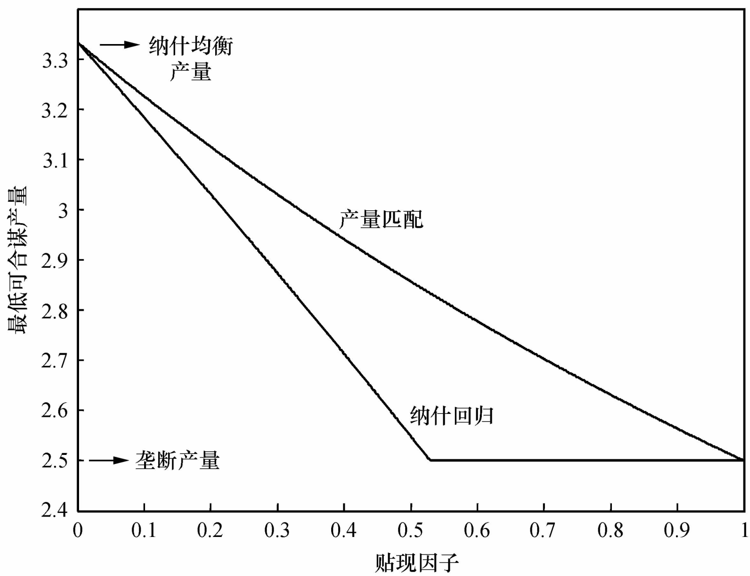

图 1　最低可合谋产量与贴现因子之间的关系（$a=10$，$b=1$，$n=2$）

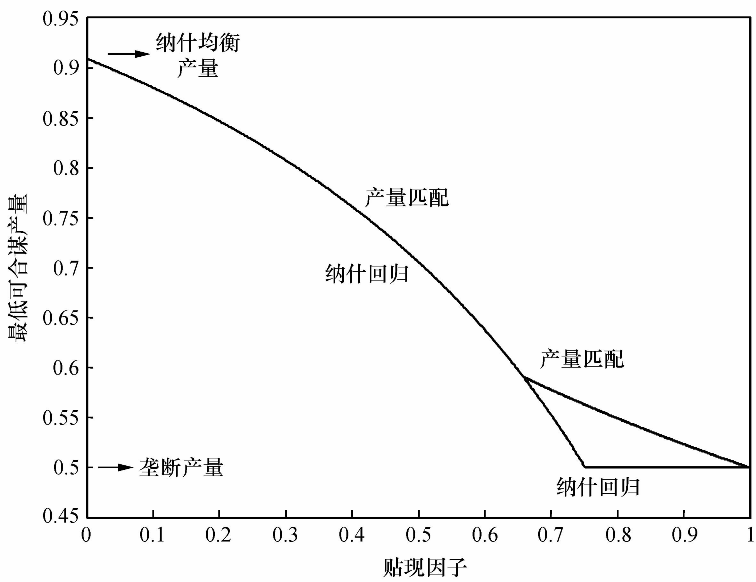

图 2　最低可合谋产量与贴现因子之间的关系（$a=10$，$b=1$，$n=10$）

图 1 中，对于任意贴现因子 $\delta\in(0,1)$，产量匹配惩罚策略下的最低可合谋产量总是比纳什回归惩罚策略下的更高。注意在给定参数值下，$q^m=5/2$，$q^n=10/3$。图 2 中，对于较小的贴现因子 $\delta\in(0,77/117)$，产量匹配惩罚策略下的最低可合谋产量与纳什回归惩罚策略下的相等；而贴现因子较大时，即

$\delta\in(77/117,1)$时，产量匹配惩罚策略下的最低可合谋产量比纳什回归惩罚策略下的更高。注意在给定参数值下，$q^m=1/2$，$q^n=10/11$。

从（23）式容易看出，当贴现因子为零时，$\underline{q}^c=q^n=a/[(n+1)b]$，这意味着只有$q^n$才能被合谋。由于企业只关心当期利润，任何低于$q^n$的产量的合谋都是不可能维持的。当贴现因子为1时，$\underline{q}^c=q^m=a/(2nb)$。如果未来时期的利润没有贴现，任何介于$q^m$和$q^n$之间的产量都可以合谋。

我们也可以将（23）式等价地写成为了支持某一固定的合谋产量所要求的最小贴现因子，称之为关键贴现因子并记为$\delta^c(q^c)$的表示形式：

$$\delta^c(q^c)=\begin{cases}\dfrac{1}{n-1}\left[\dfrac{a}{bq^c}-(n+1)\right], & \text{如果 } n=2,3\text{ 或者}\\ & \dfrac{a}{2nb}=q^m\leqslant q^c\leqslant\dfrac{(n+3)a}{2n(n+1)b},\\ \dfrac{(n+1)^2[a-b(n+1)q^c]}{(n-1)[(n+3)a-b(n^2-1)q^c]}, & \text{如果 } n>3\text{ 且}\\ & \dfrac{(n+3)a}{2n(n+1)b}\leqslant q^c\leqslant q^n=\dfrac{a}{(n+1)b}.\end{cases}$$

从上述关键贴现因子的表达式中我们同样可以看出，在企业数量为2或3家或者企业数量超过3家且合谋产量较低时，合谋变得更加难以维持；而在企业数量超过3家且合谋产量较高时，合谋维持的难易程度与纳什回归惩罚策略下相同。

四、结　　论

本文研究了同质产品市场中产量匹配惩罚策略下的默契合谋。所谓产量匹配惩罚策略，是指企业只对产量提高进行惩罚：如果偏离者的产量仍低于纳什均衡产量，那么就进行匹配；如果偏离者的产量高于纳什均衡产量，那么就将产量设定在纳什均衡产量水平。我们得到的结论如下：（1）同质市场中的默契合谋是可能的；（2）垄断产量不可能通过合谋实现；（3）与纳什回归惩罚策略相比，合谋有可能更加困难，也有可能同等容易。我们将得到的结论与 Lu and Wright（2010）所研究的价格匹配惩罚策略下的默契合谋进行了比较。最重要的区别有二：第一，同质产品市场的合谋在产量匹配惩罚策略下是可能的，而在价格匹配惩罚策略下是不可能的；第二，与纳什回归惩罚策略下的默契合谋相比，产量匹配惩罚策略下默契合谋有可能更加困难，也有可能同等容易，而价格匹配惩罚策略下默契合谋总是更难。在介绍了产量匹配惩罚策略下的默契合谋理论后，我们将其应用于一个线性需求函数的例子，求出了最低可合谋产量的显示解，并与纳什回归惩罚策略下的结果进行了比较。

本文仅仅研究了同质产品市场。对存在产品差异的市场进行研究暂且留到以后进行，在该研究中，我们可以研究产量匹配惩罚策略下的默契合谋难易程度与产品替代程度之间的关系，看看是否可以得到 Lu and Wright (2010) 所得到的单调关系。

本文存在着几点局限性。第一，文中假定需求是确定性的。对于稳定的需求冲击，我们可以沿用 Rotemberg and Saloner (1986) 的方法讨论产量匹配惩罚策略下可以维持的合谋产量的集合。第二，文中假定企业可以观察到竞争对手的产量。这一局限是不可避免的，这是因为匹配惩罚策略（无论是价格还是产量匹配）要求企业能够观察到竞争对手的选择；如果不能观察到，匹配就无从谈起了。这与纳什回归惩罚策略不同，因为纳什回归惩罚策略不依赖于偏离企业的选择。

参考文献

[1] Abreu, D., "Extremal Equilibria of Oligopolistic Supergames", *Journal of Economic Theory*, 1986, 39(1), 191—225.

[2] Abreu, D., "On the Theory of Infinitely Repeated Games with Discounting", *Econometrica*, 1988, 56(2), 383—396.

[3] Cabral, L., *Introduction to Industrial Organization*. Cambridge, MA: The MIT Press, 2000.

[4] Doyle, M., and C. Snyder, "Information Sharing and Competition in the Motor Vehicle Industry", *Journal of Political Economy*, 1999, 107(6), 1326—1364.

[5] Friedman, J., "Reaction Functions and the Theory of Duopoly", *Review of Economic Studies*, 1968, 35(3), 257—272.

[6] Friedman, J., "A Noncooperative Equilibrium for Supergames", *Review of Economic Studies*, 1971, 38(1), 1—12.

[7] Friedman, J., and L. Samuelson, "Subgame Perfect Equilibrium with Continuous Reaction Functions", *Games and Economic Behavior*, 1990, 2(4), 304—324.

[8] Friedman, J., and L. Samuelson, "Continuous Reaction Functions in Duopolies", *Games and Economic Behavior*, 1994, 6(1), 55—82.

[9] Fudenberg, D., and J. Tirole, *Game Theory*. Cambridge, MA: The MIT Press, 1991.

[10] Levinstein, M., "Price Wars and the Stability of Collusion: A Study of the Pre-World War I Bromine Industry", *Journal of Industrial Economics*, 1997, 45(2), 117—137.

[11] 李建标、于娟、王光荣、巨龙，"产品差异度与厂商共谋行为——模型与实验证据"，《南开经济研究》，2008 年第 3 期，第 28—48 页。

[12] Lu, Y., and J. Wright, "Tacit Collusion with Price-Matching Punishments", *International Journal of Industrial Organization*, 2010, 28(3), 298—306.

[13] Rotemberg, J., and G. Saloner, "A Supergame-Theoretic Model of Business Cycles and Price Wars during Booms", *American Economic Review*, 1986, 76(3), 390—407.

[14] Samuelson, L., "Nontrival Subgame Perfect Duopoly Equilibria Can Be Supported by Continuous Reaction Functions", *Economics Letters*, 1987, 24(3), 207—211.

[15] Stanford, W., "Subgame-Perfect Reaction-Function Equilibria in Discounted Duopoly Supergames are Trivial", *Journal of Economic Theory*, 1986, 39(1), 226—232.

[16] Vives, X., *Oligopoly Pricing: Old Ideas and New Tools*. Cambridge, MA: The MIT Press, 2001.

Tacit Collusion with Quantity-Matching Punishments in a Homogeneous Market

YUANZHU LU

(*Central University of Finance and Economics*)

Abstract This paper investigates the tacit collusion with quantity-matching punishments in a market with homogeneous goods. The findings are the following: (1) Tacit collusion can arise with quantity-matching punishments; (2) Monopoly output quantity cannot be supported by quantity-matching punishment strategy; (3) Compared with the Nash-reversion strategy, collusion is not easier to sustain, but not necessarily harder. Our results are compared with those in Lu and Wright (2010) with price-matching punishments. We also provide an example with linear demand to illustrate the theory.

JEL Classification L12, L13, L41