第 8 卷第 1 期　　经 济 学 （季 刊）　　Vol. 8, No. 1
2008 年 10 月　　China Economic Quarterly　　October, 2008

竞赛中的最优奖励：一个拍卖分析框架

夏晓华　王美今*

摘　要　本文在全支付（all-pay）拍卖的框架下，研究了一类非对称竞赛活动的最优奖励问题。我们假设竞赛组织者未知参赛者的成本信息，进而可供选择的奖励方式有两种，其一是固定奖励额；其二是线性奖励，最终奖励额由参赛者的投资内生决定。我们证明：如果投资不能完全披露成本信息，固定奖励优于线性奖励；如果投资完全披露成本信息，线性奖励可能优于固定奖励，同时我们得出了实现投资完全披露信息的一个必要条件。我们的结论不依赖于参赛者的对称性假设，不依赖于参赛者具体的成本分布函数形式，也不依赖于竞赛组织者试图最大化参赛者最大努力或最大化所有参赛者努力总和。

关键词　全支付拍卖，最优奖励，竞赛

一、引　　言

在现实生活中，不同经济主体、社会团体和政治组织之间的竞赛行为无处不在。企业的新产品研发（Dasgupta，1986）、组织团体的游说活动（Hillman and Riley，1989）、个人与组织的寻租行为（Bayes，Kovenock and Vires，1993）、国家之间的经济竞争（Konrad，2000）、组织内部的职位晋升和雇用（Konrad，2004）、战争（Bester and Konrad，2005）与体育比赛项目（Groh，Moldovanu，Sela and Sunde，2008）等均可视为竞赛活动。现有文献对竞赛（contests）的经济学概念界定有三种情况：Dasgupta and Kofi（1998）将竞赛定义为两个或两个以上的参与个体支付货币或努力，以获取某项奖励的经济或社会活动；Bayes，Kovenock and Vries（1998）认为如果个人递交自己的报价（包括努力、稀缺资源等）来影响获取某项奖励的概率，就构成了一个经济学意义上的竞赛；Moldovanu and Sela（2000）指出竞赛要求参赛者花费某些资源以获取奖励，其关键特征是所有参赛者均承担成本，而获胜可能性在参赛者之间是相互独立的。可以看出，无论何种定义，构成

* 中山大学岭南学院。通信作者及地址：夏晓华，广州市新港西路 135 号中山大学岭南学院 06 博士班，510275；电话：(020) 34027405；13725454408；E-mail：xxhdyx77@163. com。作者衷心感谢《经济学（季刊）》匿名审稿人对本文的建设性建议和评论。文责作者自负。

一项竞赛需包含如下要素：竞赛中的奖励、参赛者的成本和竞赛过程中的努力付出。在全支付（all-pay）拍卖环境下，所有拍卖投标者向卖方提出自己的报价，只有报价最高的投标者方能获得标的物品，其他所有投标者在投标过程中产生的成本均得不到补偿。如果将全支付拍卖中的标的物品、投标者报价和投标成本分别对应竞赛中的奖励、参赛者的努力及努力成本，我们可以发现竞赛活动与全支付拍卖在理论结构上是一致的。全支付拍卖模型为经济学家研究竞赛问题提供了有力的分析工具。

基于全支付拍卖模型的分析框架，近期文献对竞赛问题的关注重点有四个方面：一是对奖励数量与竞赛结构的研究，主要关注单一奖励与多单位奖励的差异（Broecker，1990）、同质奖励与异质奖励的激励作用（Barut and Kovenock，1998）以及预决赛机制的设计（Groh *et al*.，2008）等；二是对参赛者的行为或行为内生性的研究，包括 Baik and Shogren（1992），Bayes and Shin（1999）和 Konrad（2000）等；三是对参赛者"组内"与"组间"竞赛关系的分析，将参赛者按组别区分实质上是在竞赛中引入了非对称性，Davis and Reiley（1999），Konrad（2000）和 Lai and Matros（2006）的研究均属此类；四是将约束引入模型或考虑约束下的重复博弈问题，Che and Gale（2000），Gavious *et al*.（2002）和 Stein and Rapoport（2005）等深入研究了不同约束影响竞赛的机理。概括而言，理论界对竞赛问题的研究，是沿着"比较不同奖励机制的差异、将竞赛中的参数内生化、考虑非对称性与参与个体的异质性、分析合理约束在竞赛中的影响"的思路扩展的。

竞赛组织者设置奖励的目的可能有两种[1]：一是试图最大化所有参赛者的努力总和，如政府试图提高所有汽车厂商在环保方面的努力，教师试图提高所有学生的学习努力程度；二是试图最大化参赛者的最大努力，如政府试图促使相关单位尽快研制出某项科研成果，采购商希望获得相关供应商提供的某项最优产品。这两种不同的目标可能导致最优奖励制度的差异。[2] 但竞赛组织者事前通常不能准确知道参与竞赛的实际成本，因而不能完全确定该项赛事的真实价值和应设的奖励数额。例如，政府无法完全了解开发某项专利产品的难度，也就不能确定正在开发的该专利技术的保护期长度。解决这类信息不对称问题的一个可行方案是，竞赛组织者要求所有参赛者事先做出某项投资，然后根据这些投资来确定奖励的实际数量。这类投资一般不能降低参赛者的竞赛成本，但可以为竞赛组织者提供设定奖励额的参考。例如，科研管理机构要求受资助者事前递交课题申请报告，而课题申请报告本身并不能

[1] Groh，Moldovanu，Sela and Sunde(2008)指出组织者设计竞赛的标准还可能包括：最大化最优参赛者胜出的概率；或最大化能力靠前(top)的参赛者进入决赛的概率。

[2] Bayes，Kovenock and Vires(1993)证明寻求租金最大化的竞赛组织者可能将最优候选对象排斥在外，本文不考虑竞赛组织者寻求租金最大化的情形。

降低科研单位取得实际科研成果的成本；政府在设定企业达成某个目标的奖励时，常常要求企业完成某些实际投资以证实其有能力参与竞争，或递交相关工作的成本评估报告，这些实际投资或成本评估的过程并不一定与政府希望企业达成的目标直接相关，但可为政府设定奖励数额提供参考；企业在进入市场前，市场准入管理机构常要求企业先获得某些资质，企业一旦进入该市场，行业之间的竞争不再与资质获取过程相关。Münster（2007）最早研究了可以通过预先投资减少竞争成本的均衡问题，但对上述非成本优化投资的均衡问题，尤其是非成本投资在竞赛中的信息披露功能及其对奖励设定的作用，现有文献还尚未涉及。

本文对非成本优化投资的均衡问题展开深入研究。与现有文献比较，主要不同点有：舍弃奖励数量外生给定（Moldovanu and Sela，2001），将非成本优化投资的竞赛奖励内生化；放松了参赛者同质假设（Gavious *et al.*，2002），将参赛者的异质性引入模型；在考虑竞赛组织者与参赛者之间的成本信息不对称和不同类型参赛者之间的成本分布不对称的前提下，本文求解竞赛博弈的非对称均衡，Moldovanu and Sela（2006）所研究的对称均衡可以视为本文的特例。另外，本文考虑了竞赛组织者的最高奖励约束对竞赛目标的影响，这一点不同于 Stein and Rapoport（2005）所研究的参赛者约束的问题。

通过建立竞赛组织者与参赛者之间的动态博弈模型，我们获得非对称参赛者的 Bayes-Nash 均衡解，分析了非成本优化投资导致成本信息披露差异的原因，为竞赛组织者设定最优奖励提出了政策建议。本文的余下部分作如下安排：第二部分提出基本模型；第三部分研究投资不完全披露成本信息时，参赛者行动的 Bayes-Nash 均衡；第四部分研究投资完全披露成本信息时，参赛者行动的 Bayes-Nash 均衡；第五部分是本文的结论和政策建议。

二、基 本 模 型

考虑一个单一奖品的全支付（all-pay）竞赛，记参赛者集合$\{1,2,\cdots,n\}=N$，参赛者 i 做出努力（或报价，以下皆称努力）x_i 以获取奖励，努力 x_i 将产生一个成本（或负效用）$c_i x_i$，其中 $c_i>0$ 为其能力参数。注意到，较低的 c_i 意味着 i 有较高的能力，反之亦然。参赛者 i 的能力（或成本，以下皆称成本）是私人信息。我们考虑两类人数分别为 N_1 和 N_2 的参赛者，其中 $N_1+N_2=N$。同类型参赛者之间是对称的，不同类型参赛者之间是非对称性的。所有参赛者的成本相互独立，第 l 类参赛者的成本服从于$[m,1]$上的分布函数 F_l，$l=1$，2。参赛者类型、N_1、N_2、F_1 和 F_2 是公共知识。假设 F_1 和 F_2 具有连续的概率密度，即 $F_1'>0$ 且 $F_2'>0$。为避免努力无须成本而导致无穷努力的情况，假设最低成本对应的 m 严格为正，即 $m>0$。做出最高努力的参与

者获得唯一的奖品；若参与者最高努力相同，则平分这一奖品。

竞赛组织者不完全知道该项竞赛的实际价值，从而无法确定奖品的准确数量，但能够知道该项竞赛的最高价值为 M，或最多能拿出的奖品数量为 M 单位。一种奖励方案是设定固定奖励 M；另一种奖励方案则是：竞赛组织者要求参赛者 i 做出某种投资 e_i，并根据这些投资的数量来决定奖品的数量 $W(e)$，其中，$e=(e_1,e_2,\cdots,e_n)$，$W(e)$ 与 e 均用货币度量，$W(e)\leqslant M$。参赛者的投资不能降低其竞争成本，即无法改变参赛者 i 对应成本 c_i 的实际分布情况，但这些投资可能完全披露了参赛者成本的私人信息。这样，竞赛者 i 的问题为选择投资数量 e_i 和努力程度 x_i 以最大化自己的效用水平，即：

$$\max_{\{e_i,x_i\}} p_i(x_1,x_2,\cdots,x_n)W(e)-c_ix_i-e_i, \tag{1}$$

其中：

$$p_i(x_1,x_2,\cdots,x_n)=\begin{cases}1, & x_i>x_j,\text{对所有 } i\neq j,\\ 0, & x_i<x_j,\text{最少存在 } j\neq i,\\ 1/\mid\max\{x_1,\cdots,x_t\}\mid, & x_i\in\max\{x_1,\cdots,x_t\}.\end{cases}$$

其中 $|\{\cdots\}|$ 表示集合的势[3]，竞赛组织者的目标为最大化所有参赛者的努力总和，即最大化 $E\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)$；或最大化最大努力程度，即最大化 $E(x_{\max})$，$x_{\max}=\max\{x_1,\cdots,x_N\}$。

整个博弈的时间顺序为：

1. 竞赛组织者宣布将在某项活动中展开 all-pay 竞赛，参赛者根据自己的实际情况做出投资，这些投资并不能降低参赛者的努力成本，但可能包含参赛者自身成本的相关信息。

2. 如果投资能完全披露成本信息，竞赛组织者将根据参赛者的投资情况来决定奖励数量；如果投资不能完全披露成本信息，竞赛组织者将根据最后获胜者的投资水平来确定奖励数量。假设奖励总额采用线性的形式。

3. 所有参赛者在获得这些信息后，展开竞赛，做出最高努力的参赛者获得奖品。

三、不完全信息披露的情形

在这一种情形下，参赛者做出投资后，无论是竞赛组织者还是参赛者都无法获知最终奖品实际值，参赛者也无法完全获得对手的成本信息，因此投

[3] 即同时做出最高努力的参赛者人数。

资水平不能完全真实反映成本信息（后文将给予证明）。从博弈的观点来看，参赛者的投资和努力是同时进行的。在线性奖品方案下，最终奖品数量为 $W(e)=\alpha+\beta e_{i^*}$，其中，参与者 i^* 为获胜者，且 $0<\alpha<M$；为了保证投资的数量严格非负，假设 $\beta>1$。[4] 下面分固定奖励和线性奖励两种情形求解这一非对称问题的 Bayes-Nash 均衡。

命题 1　在固定奖励制度下，第 $l(l=1,2)$ 类参赛者努力水平 x_{fix}^l 的 Bayes-Nash 均衡为：

$$x_{\text{fix}}^l=\int_c^1 \frac{1}{t}M\cdot H_l(t)\mathrm{d}t, \tag{2}$$

其中

$$\begin{aligned}H_l(t)=&(N_l-1)F_l'(t)[1-F_l(t)]^{N_l-2}[1-F_{-l}(t)]^{N_{-l}}\\&+N_{-l}F_{-l}'(t)[1-F_{-l}(t)]^{N_{-l}-1}[1-F_l(t)]^{N_l-1},\end{aligned}$$

$F_{-l}(\cdot)$与 N_{-l} 分别表示与自己不同类型参赛者的概率分布函数及人数，且努力水平是奖励总额的严格增函数，是成本的减函数（命题的详细证明见附录[5]）。

在固定奖励下，尽管非对称参赛者的成本来源于不同的概率分布，不同类型参赛者的人数也可能存在差异，且最终奖励的归属仅仅为唯一获胜者，但竞赛中奖励额与努力成本之间存在着替代关系：一方面，奖励总额的增加将提高不同成本下的努力水平；另一方面，努力成本的降低也将提高个体的努力水平。也就是说，给定努力成本，奖励额的提高将增大奖励对个体的激励程度；给定奖励额，努力成本的降低将增大参赛者的预期收益，进而激发参赛者付出更多的努力。参赛者将衡量奖励额与努力成本之间的差异，选择最优的努力水平。在固定奖励下，将奖励额设定为最大值将提高不同成本水平下的努力期望，其激励作用是整体性的，不是针对个别参与者，亦不是针对所有参与者的部分成本区间。因此，在 Bayes-Nash 均衡中，最大化所有参赛个体努力水平的竞赛组织者将把固定奖励数额设定为最大值 M，以进一步提高参赛者的努力程度。

命题 2　在线性奖励制度下，第 $l(l=1,2)$ 类参赛者投资水平的 Bayes-Nash 均衡为：

---

[4] 参赛者做出一个单位的投资能带来的最高收益为 β，这一最高收益由获胜者取得；如果 $\beta\leqslant 1$，收益必定小于投资，任何参赛者都不会有投资。

[5] 没有特别说明时，本文命题的证明均见附录。

$$e^l(c)=\begin{cases}-\alpha/\beta+\alpha/[\beta\cdot G_l(c)], & c\in(c_l^H,1],\\ \text{在}[0,e^*]\text{上随机选择}, & c=c_l^*,\\ (M-\alpha)/\beta, & c\in[m,c_l^*)\cup(c_l^*,c_l^H].\end{cases}\tag{3}$$

第 $l(l=1,2)$类参赛者努力水平的 Bayes-Nash 均衡为：

$$x_{\text{line}}^l(c)=\begin{cases}\displaystyle\int_c^1\alpha\cdot\frac{1}{t}\cdot\frac{H_l(t)}{G_l(t)}\mathrm{d}t, & c\in[c_l^H,1],\\ \displaystyle\int_c^{c^H}M\cdot\frac{1}{t}\cdot H_l(t)\mathrm{d}t+\int_{c^H}^1\alpha\cdot\frac{1}{t}\cdot\frac{H_l(t)}{G_l(t)}\mathrm{d}t, & c\in[m,c_l^H),\end{cases}\tag{4}$$

且参赛者的努力水平是自身成本的严格单调减函数，

$$\lim_{c\to c_l^{*+}}e^l(c)=\infty,\quad \lim_{c\to c_l^{*-}}e^l(c)=\infty.$$

其中，

$$e^*=(M-\alpha)/\beta,\quad G_l(c)=1-\beta[1-F_l(c)]^{N_l-1}[1-F_{-l}(c)]^{N_{-l}},$$

$$H_l(c)=(N_l-1)F_l'(c)[1-F_l(c)]^{N_l-2}[1-F_{-l}(c)]^{N_{-l}}$$
$$+N_{-l}F_{-l}'(c)[1-F_{-l}(c)]^{N_{-l}-1}[1-F_l(c)]^{N_l-1},$$

$$\beta[1-F_l(c_l^*)]^{N_l-1}[1-F_{-l}(c_l^*)]^{N_{-l}}-1=0,$$

$$\beta[1-F_l(c_l^H)]^{N_l-1}[1-F_{-l}(c_l^H)]^{N_{-l}}=1-\frac{\alpha}{M},$$

$F_{-l}(\cdot)$与 N_{-l}分别表示与自己不同类型参赛者的概率分布函数及人数。

命题 2 给出了非对称参赛者在线性奖励下努力水平和投资水平的 Bayes-Nash 均衡。若没有最大奖励限制，由证明过程可知，当第 l 类参赛者的成本小于 c_l^* 时，参赛者的最优投资是成本的增函数；当第 l 类参赛者的成本大于 c_l^* 时，参赛者的最优投资是成本的减函数，或者说，从投资的动机来看，中间成本参赛者的投资激励更大。由于竞赛组织者最大可能奖励 M 的约束，才使得成本 $c\in[m,c_l^H]\backslash\{c_l^*\}$的参赛者选择同样的投资水平 $e^*=(M-\alpha)/\beta$。此时，无论参赛者是否获得奖励，选择任意高于 e^* 的投资水平都将使得成本大于收益，同时，e^* 与投资者的类型无关，即所有投资者的最高投资水平为 e^*。若参赛者成本为 c_l^*，则$[0,e^*]$内的任意水平投资等于预期奖励补偿，参赛者对投资选择将不敏感。

参赛者的投资无法完全披露成本信息缘于其投资结构。首先，若某个参与者投资水平为 e^*，虽然参赛者的类型为公开信息，但是其他参赛者和竞赛组织者仍无法判断该参赛者的成本为$[m,c_l^H]$中的哪一点；其次，若投资者的投资水平为$[0,e^*)$中的某一值，其他参赛者和竞赛组织者也无法判断该参赛

者的成本在$\{c_l^*\}\cup(c_l^H,1]$的何处。要注意的是，尽管投资水平的高低并不完全反映参赛者的成本信息，却可以根据投资水平部分披露参赛者的成本信息，例如当观察到某参赛者的投资水平为 e^* 时，则该参赛者的成本将不会在$(c_l^H,1]$区间内；同样，当某参赛者的投资水平在$[0,e^*)$中时，则该参赛者的成本将不会在区间$[m,c_l^*)\cup(c_l^*,c_l^H]$内。

直观上，成本较低的参赛者因为知道自己获胜的可能性很大，投资意味着参赛过程中的效用为负，提高投资必然增加自己在整个参赛过程中的损失，所以会在一定程度上调低投资水平；特别的，成本最低的参赛者确信自己一定可以获胜，他们的投资会维持在仅够保证参赛组织者设定奖励最大值 M 的水平上，没有激励作进一步的投资。而那些成本较高的投资者，因为知道自己获胜的可能性较小，投资成本收回的可能性很小，投资激励作用就很小；但随着成本的降低，获胜可能性加大，投资激励会加强。对应的一种极端情况是，成本最低的投资者知道自己一定不能获得奖励，投资意味着无谓的损失，将选择零投资水平。这两种情况之间存在临界点 c^H。在临界点处，参赛者对投资不敏感。在这种状态下，竞赛组织者和其他参赛者不能完全由投资水平获取成本信息。同时，也由于最终奖励的获取与投资水平无关，而仅仅取决于参赛者的实际努力水平，即其实际取得的成果，以至于成本越低（或能力越强）的参赛者将做出越大的努力，即 $\mathrm{d}x_{\text{line}}^l(c)/\mathrm{d}c<0$。

为了更清楚地说明上述问题，给出算例 1。

算例 1　假设存在人数 $N_1=N_2=2$ 的两类非对称参赛者，其成本函数分别为 $F_1(c)=2c-1$，$F_2(c)=(2c-1)^2$，最高奖励额为 $M=1$，线性奖励方案中参数 $\alpha=0.2$，$\beta=2$。由命题 2 可得成本临界参数 $c_1^*=0.70$，$c_1^H=0.76$，$c_2^H=0.63$，$c_2^*=0.67$，最高投资水平 $e^*=0.4$，同时可以获得参赛者投资和努力水平的参数数值解。图 1 和图 2 分别描绘了在这些参数设定下，不同类型参赛者的投资水平和努力水平。

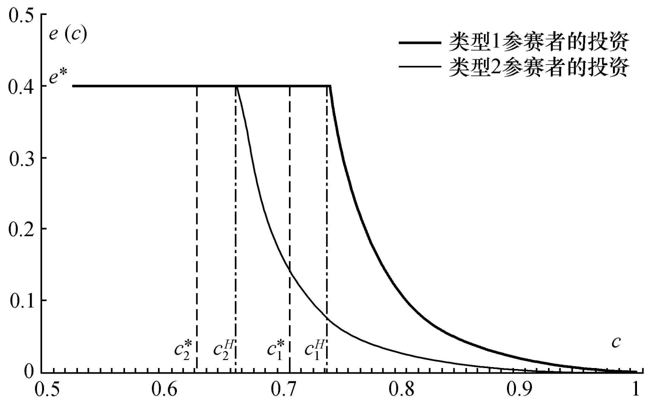

图 1　不完全披露成本信息时，不同类型参赛者的投资曲线算例

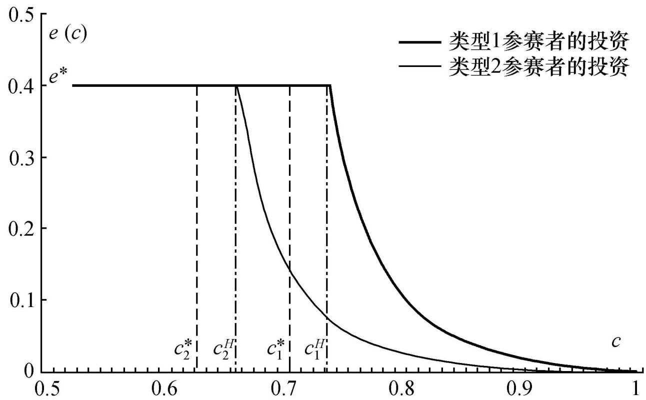

图2　不完全披露成本信息时，不同类型参赛者的努力曲线算例

上两图中粗实线和细实线分别对应类型1、2参赛者的投资和努力水平。可以看出，$F_2(c)$一阶随机占优于$F_1(c)$，即第2类参赛者更有可能为高成本，因此他们在投资上较趋于保守。在所有成本水平上，第2类参赛者的投资均不高于第1类参赛者；在未到达最高投资前，第1类参赛者的投资严格高于第2类参赛者。这必然导致最高投资水平的右端临界点$c_2^H < c_1^H$。当类型1参赛者的成本为$c_1^* = 0.70$，类型2参赛者的成本为$c_2^* = 0.67$时，参赛者在$[0, 0.4]$中随机选择投资水平。

从努力曲线来看，当l类型参赛者的成本低于c_l^H时，他们的努力程度对成本更加敏感，单位成本的降低将更大程度提高均衡努力水平；如图2中，参赛者的努力曲线在c_l^H之前趋于陡峭，斜率绝对值较c_l^H之后大。造成这一现象的原因是，参赛者的成本低于c_l^H时，奖励额（固定为M）与其投资无关，参赛者获得的奖励总额与获奖概率完全取决于成本差异。而成本差异又完全体现在努力水平的差异上，参赛者提高努力水平，相对收益也将提高，所以成本降低就有努力水平的更大程度提高。

综上所述，参赛者的投资结构决定了成本信息不能被完全披露，但为竞赛组织者提供了参赛者的部分成本信息。命题3表明，对试图最大化参赛者最大努力或最大化所有参赛者努力之和的竞赛组织者而言，有关参赛者的部分成本信息是没有价值的，即这些信息不会为竞赛组织者带来奖励总额的节约。

命题3　当参赛者的人数固定且其投资不能完全披露成本信息时，无论参赛组织者是试图最大化参赛者最大努力或是最大化所有参赛者努力总和，选择固定奖励制度（即将奖励额固定在M）将优于线性奖励制度；在固定奖励制度下，不同成本的努力水平严格高于线性奖励制度下的努力水平。

命题3表明，线性奖励下的参赛者努力水平将严格劣于固定奖励时的情况。由命题2知，对第l类参赛者而言，当成本高于c_l^H时，由于在线性奖励

下获得的奖励依赖于自身的投资水平，而自身最优投资水平所决定的奖励额小于最大奖励额 M，故努力水平不如固定奖励制度；由命题 3，当成本低于 c_l^H 时，线性奖励制度下的奖励数量和固定奖励制度相等，但努力水平却低于固定奖励制度。这两个结论似乎令人费解。注意到，本文考虑的是非对称参赛者，每个参赛者同时面临同类型参赛者和不同类型参赛者的竞争。对面临最大奖励额 M 的不同类型参赛者，具有成本优势的参赛者类型在竞赛中更容易实现高的努力程度，并有更多获胜机会。而对同类型的参赛者，我们不妨考察他们在 $c\in(c_l^H-\varepsilon,c_l^H+\varepsilon)$时的表现，其中 ε 为充分小的正数。当 $c\in[c_l^H,c_l^H+\varepsilon)$时，由命题 2 的证明可知，将奖励固定为 M 下的努力水平高于线性奖励制度下的努力水平。记在成本为 c_l^H 时，两种奖励制度下的努力水平分别为 $x_{\text{fix}}^l(c_l^H)$和 $x_{\text{line}}^l(c_l^H)$；此时第 l 类某参赛者 K 的成本 $c_k\in(c_l^H-\varepsilon,c_l^H)$，为了领先于同类型的参赛者，参赛者 K 在固定奖励和线性奖励下的最优努力水平必然分别为 $x_{\text{fix}}(c_l^H)+\delta_1$ 和 $x_{\text{line}}(c_l^H)+\delta_2$，其中 δ_1，δ_2 为充分小的正数。依此类推，在固定奖励制度下，不同成本的努力程度都将高于线性制度。简单而言，对同类型参赛者之间的竞争，线性奖励制度为成本较低者选择了相对较低的努力参照系。图 2 中的算例 1 也反映了这一事实：类型 1 的参赛者具有成本优势，因而努力水平相对较高；而无论参赛者的类型如何，同类型参赛者的努力程度与成本负相关。

综上所述，不同类型参赛者之间的竞争将使成本领先者获得优势，这一点不依赖于奖励制度的形式；但固定奖励下相同类型参赛者之间的竞争将带来努力程度的提高。因此，无论竞赛组织者试图最大化参赛者的最大努力水平或最大化所有参赛者努力之总和，倘若竞赛奖励依赖于不完全真实反映参赛者成本的投资水平，线性奖励制度就将严格劣于固定奖励制度。

四、完全披露成本信息的情形

下面讨论投资水平完全披露所有参赛者的成本信息的情形。其特点是，在博弈的第二阶段，所有参赛者和竞赛组织者都准确知道成本在不同个体的分布情况。组织者可以根据参赛者的成本来制定最终奖励，此时，线性奖励制度等价于固定奖励制度，但奖励总额不必然为 M。下面采用逆向法来分析这一博弈问题。

命题 4 在 Bayes-Nash 均衡中，仅成本最低与成本次低参赛者参与第二阶段竞赛。设由第一阶段成本信息确定的奖品数量为 W，最低成本参赛者 1 和次低成本参赛者 2 的成本分别为 c_1 和 c_2，即 $\forall j\neq1$，2，有 $c_1<c_2<c_j$，则有：（1）对 $\forall j\neq1$，2，$x(c_j)=0$；（2）参赛者 1 的预期收益为 $W(1-c_1/c_2)$，参赛者 2 的预期收益为 0；（3）参赛者 1 和 2 分别按照各自的努力分布函数

$G_1(x)$、$G_2(x)$随机选择的努力水平，其中

$$G_1(x)=\begin{cases}(c_2x)/W, & 0\leqslant x<W/c_2,\\ 1, & x\geqslant W/c_2;\end{cases} \tag{5}$$

$$G_2(x)=\begin{cases}1-c_1/c_2, & x=0,\\ 1-c_1/c_2+(c_1x)/W, & 0<x<W/c_2,\\ 1, & x\geqslant W/c_2.\end{cases} \tag{6}$$

证明见 Hillman and Riley（1989）和 Baye，Kovenock and De Vries（1996）。[6] 命题 4 意味着，第一阶段后，竞赛组织者与参赛者都获得了相关的成本信息，成本劣势的参赛者将退出比赛，仅有成本最低和次低的参赛者参与到第二阶段的竞赛中。他们按照一定的概率法则，在第二阶段采取混合策略来做出自己的努力。同时，我们注意到当投资完全披露参赛者成本信息时，无论采取何种奖励制度，竞赛组织者获得的努力水平期望是相等的，即最大参赛者最大努力水平或最大所有参赛者努力之和分别为常数。

命题 5 在竞赛的第一阶段，当 $1<\beta<1/B$ 时，若参赛者的投资水平完全真实披露其成本信息，在参赛者同等努力水平下，线性奖励制度将为竞赛组织者节约预期奖励总额；无论竞赛组织者最大化参赛者最大努力或最大化所有参赛者努力之总和，线性奖励都将优于固定奖励制度。当 $\beta\geqslant 1/B$ 时，竞赛者的投资水平无法完全披露其成本信息，问题退化为命题 3 中的情况，即无论竞赛组织者最大化参赛者最大努力或最大化所有参赛者努力之总和，线性奖励制度严格劣于固定奖励制度。其中

$$B=\max(A_1(m),A_2(m)),\quad A_l(m)=\int_m^1\left(1-\frac{m}{t}\right)\mathrm{d}F_l^{(2,m)}(t),$$

$F_l^{(2,N)}(c)$表示第 l 类参赛者为所有成本之次低顺序统计量的分布函数。

$$\begin{aligned}\mathrm{d}F_l^{(2,N)}(c)/\mathrm{d}c=&C_{N_l}^2F_l(c)f_l(c)[1-F_l(c)]^{N_l-2}[1-F_{-l}(c)]^{N_{-l}}\\&+C_{N_l}^1C_{N_{-l}}^1F_{-l}(c)f_{-l}(c)[1-F_l(c)]^{N_l-1}[1-F_{-l}(c)]^{N_{-l}-1},\\&l=1,2.\end{aligned}$$

命题 5 有两个含义：

其一，当参赛者的投资能真实披露其成本信息时，竞赛组织者选择线性奖励制度将优于固定奖励制度。道理是显然的。因为由投资披露的相关信息可以帮助竞赛组织者获得成本分布的实际情况，进而减少奖励总额的预期支付。这时，竞赛组织者没有必要将奖励总额设定为最大额以获取参赛者的更

[6] 前者证明了与本命题类似的情形，后者进一步推广了前者的结论。

大努力。直观来看，由于参赛者的投资水平的差异如实反映了自身成本的不同，所以当竞赛组织者观察到参赛者的实际成本较小时，就将调低奖励总额，而这种调低并不会改变参赛者在第二阶段的预期努力程度。对具有成本优势的参赛者，其投资的功能体现在两个方面：一是向竞赛组织者要求更高的奖励总额，因为竞赛奖励内生决定于参赛者的投资；二是促使成本劣势的竞赛者提早退出比赛，因为第二阶段比赛仅有成本最优和成本次优参赛者参与。

其二，如果投资能披露参赛者的成本信息，则投资曲线将是成本的单调减函数。重要的是，这里要求竞赛组织者赋予投资所决定的奖励额不能太高，即 $1<\beta<1/B$，否则，参赛者投资将无法真实披露其成本信息。这一点并不奇怪，如果线性奖励制度给予投资以过高的权重，参赛者将有很高的激励来抬高奖励额，他们不如实披露自身成本信息的收益期望也将增大，甚至混淆视听，使得组织者不得不选择最大奖励额的固定制度。现实中不乏这样的例子。例如，当政府对某个项目的实际价值十分不明确时，往往更多地依赖于所有可能的项目承担方的评估，即赋予很大的 β 值，这时，所有可能的项目承担方都会向政府游说项目的重要性，以获取更大的奖励额，尽管最终获胜者并非游说方全体。

综合所述，要使参赛者的投资水平能真实披露其成本信息，至少包括两个条件：一是竞赛组织者要选择合理的参赛者投资方式作为奖励额设定的参考，以获得更多的成本信息；二是将投资对奖励总额的权重控制在一个合理水平。唯有如此，竞赛组织者才可能从线性奖励计划中获得好处。

算例 2　假设存在人数 $N_1=N_2=2$ 的两类非对称参赛者，其成本函数分别为 $F_1(c)=2c-1$，$F_2(c)=(2c-1)^2$，线性奖励方案中参数 $\alpha=0.2$，则有 $1/B=2.667$。图 3 和图 4 是当 $\beta=2<1/B$ 和 $\beta=4>1/B$ 时，不同类型参赛者投资水平的数值解。

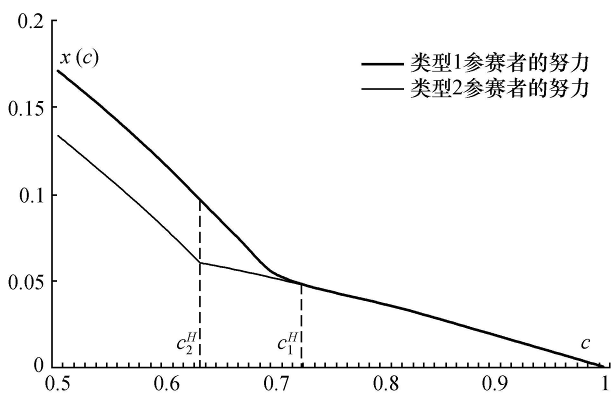

图 3　$\beta=2$ 时，不同类型参赛者的投资曲线算例

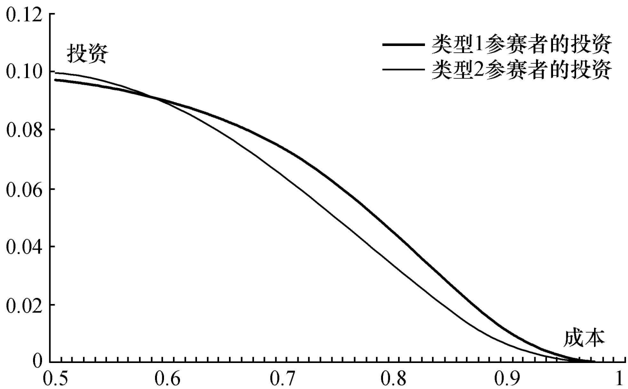

图4 $\beta=4$ 时，不同类型参赛者的投资曲线算例

如图3可知，当投资决定奖励总额的权重 $\beta=2$，小于临界值时，投资水平是成本的严格单调减函数，由于参赛者的类型也是公开信息，故竞赛组织者根据参赛者的投资水平就可以确定最优的奖励总额。在本算例中，参赛者可能的最高投资水平为0.1，对应的可能最高奖励总额为0.4，要小于竞赛组织者事前确定的最大奖励额 $M=1$；这时，无论竞赛组织者是最大化参赛者最大努力还是最大化所有参赛者努力之总和，线性奖励都优于固定奖励。当投资决定奖励总额的权重 $\beta=4$，大于临界值时，参赛者的投资将不能披露其成本信息，如图4所示，成本相对优势参赛者的投资与成本最劣势参赛者的投资均为0。这时竞赛组织者无法准确获得参赛者的成本信息，问题退化为命题3中的情形，固定奖励将优于线性奖励。

五、结　　论

在全支付拍卖模型框架下，本文分析了一类非对称竞赛活动的最优奖励问题。在这类竞赛活动中，组织者试图实现最大化参赛者的最大努力或最大化所有参赛者的努力总和，而组织者并不完全知道这项赛事的实际成本和价值，因而需要利用参赛者的某项投资水平来确定奖励总额。区别于已有文献，我们将奖励数量内生化，同时考虑了参赛者的非对称性。本文的主要结论是：如果投资不能完全真实披露参赛者的实际成本信息，固定奖励制度将优于线性奖励制度；如果投资能够完全真实披露参赛者的实际成本信息，线性奖励制度可能优于固定奖励制度；实现投资真实披露信息的必要条件是投资对奖励额的决定权重必须控制在一个合理低的范围里。我们的结论并不依赖于参赛者的成本分布假设。由结论可以推知，竞赛组织者要从线性奖励中获得好处，必须选择能完整反映参赛者成本的投资作为奖励的参考变量，并且不能给予这种投资太大的权重。本研究建立在非合作博弈理论的基础之上，未考虑合作博弈的情形。事实上，在线性奖励制度下，参赛者可以实现串谋，向

竞赛组织者提交虚高的投资水平，误导竞赛组织者过高评价成本，进而提高奖励数额，然后所有参赛者瓜分串谋带来的收益。固定奖励制度则可能减少这种串谋。因此，还可以在更广泛的背景下扩展本文的研究成果。

附　录

1. 命题 1 的证明

在固定奖励制度下，假定在集合 $N\backslash\{i\}$ 中，第 $l(l=1,2)$ 类参赛者根据报价函数 x_{fix}^{l}（记对应反函数$(x_{\text{fix}}^{l})^{-1}$）来为自己选择努力水平。第 $l(l=1,2)$ 类参赛者 i 的最优化问题为：

$$\max_{\{x_i\}} M[1-F_l((x_{\text{fix}}^{l}(c_i))^{-1})]^{N_l-1}[1-F_{-l}((x_{\text{fix}}^{l}(c_i))^{-1})]^{N_{-l}}-c_i x_i,\tag{A1}$$

其中，$F_{-l}(\cdot)$与 N_{-l} 分别表示与自己不同类型参赛者的概率分布函数及人数。由第 $l(l=1,2)$类参赛者的一阶条件和同类型参赛者间的对称性有：

$$\begin{aligned}&-\frac{1}{c}M\{(N_l-1)F_l'(c)[1-F_l(c)]^{N_l-2}[1-F_{-l}(c)]^{N_{-l}}\\&\quad+N_{-l}F_{-l}'(c)[1-F_{-l}(c)]^{N_{-l}-1}[1-F_l(c)]^{N_l-1}\}=\frac{\mathrm{d}x_{\text{fix}}^{l}}{\mathrm{d}c}.\end{aligned}$$

注意到边界条件，对所有参赛者均有 $x_i(1)=0$，故第 $l(l=1,2)$类参赛者努力 x^l 的 Bayes-Nash 均衡为：

$$\begin{aligned}x_{\text{fix}}^{l}=\int_c^1\frac{1}{t}M\{&(N_l-1)F_l'(t)[1-F_l(t)]^{N_l-2}[1-F_{-l}(t)]^{N_{-l}}\\&+N_{-l}F_{-l}'(t)[1-F_{-l}(t)]^{N_{-l}-1}[1-F_l(t)]^{N_l-1}\}\mathrm{d}t,\end{aligned}$$

显然有：$\mathrm{d}x_{\text{fix}}^{l}/\mathrm{d}M>0$，$\mathrm{d}x_{\text{fix}}^{l}/\mathrm{d}c<0$。SOC 条件由目标函数的伪凹性保证。证毕。

2. 命题 2 的证明

在线性奖励制度下，假定在集合 $N\backslash\{i\}$ 中，第 $l(l=1,2)$类参赛者根据连续可微函数 x_{line}^{l} 和 e^l 来为自己选择努力和投资水平。第 $l(l=1,2)$类参赛者 i 的最优化问题为：

$$\max_{\{x_i,e_i\}}(\alpha+\beta e_i)[1-F_l(c_i)]^{N_l-1}[1-F_{-l}(c_i)]^{N_{-l}}-c_i x_i-e_i,\tag{A2}$$

其中，$F_{-l}(\cdot)$与 N_{-l} 分别表示与自己不同类型参赛者的概率分布函数与人数。由第 $l(l=1,2)$类参赛者的一阶条件和同类型参赛者间的对称性有：

$$\begin{aligned}&\beta[1-F_l(c)]^{N_l-1}[1-F_{-l}(c)]^{N_{-l}}\\&\quad-(\alpha+\beta e^l)(N_l-1)F_l'(c)[1-F_l(c)]^{N_l-2}[1-F_{-l}(c)]^{N_{-l}}c_e'^{\,l}\\&\quad-(\alpha+\beta e^l)N_{-l}F_{-l}'(c)[1-F_{-l}(c)]^{N_{-l}-1}[1-F_l(c)]^{N_l-1}c_e'^{\,l}=1,\end{aligned}\tag{A3}$$

$$\begin{aligned}&-(\alpha+\beta e^l)\{(N_l-1)F_l'(c)[1-F_l(c)]^{N_l-2}[1-F_{-l}(c)]^{N_{-l}}\\&\quad+N_{-l}F_{-l}'(c)[1-F_{-l}(c)]^{N_{-l}-1}[1-F_l(c)]^{N_l-1}\}c_x'^{\,l}=c.\end{aligned}\tag{A4}$$

注意到，具有最低能力，即 $c=1$ 的参与者将不会获得奖品，他将选择投资为零，努

力为零，即 $e(1)=0$，$x(1)=0$。具有最高能力 $c=m$ 的参与者将一定获得奖品，其投资的边际收益为 $\beta-1$。容易发现，最高能力 $c=m$ 的参与者选择高于 $e^*=(M-\alpha)/\beta$ 的投资是无利可图的，故他将选择投资为 e^*，即 $e(m)=e^*$，这就给出了一阶条件的边界条件。二阶条件由伪凹性保证。

（1）先求投资水平的 Bayes-Nash 均衡，（A3）式是一个仅包含 e^l 和 c 的常微分方程。

① 若 $\beta[1-F_l(c_l^*)]^{N_l-1}[1-F_{-l}(c_l^*)]^{N-l}-1=0$，则有 $e^l(c_l^*)=$常数，这时，能力为 c_l^* 的第 l 类参赛者将在 $[0,e^*]$ 内随机选择投资水平。

② 当 $\beta[1-F_l(c_l)]^{N_l-1}[1-F_{-l}(c_l)]^{N-l}-1<0$，这时有 $c_l>c_l^*$，不妨记：

$$
\begin{aligned}
G_l(c) &= 1-\beta[1-F_l(c)]^{N_l-1}[1-F_{-l}(c)]^{N-l}, \\
H_l(c) &= (N_l-1)F_l'(c)[1-F_l(c)]^{N_l-2}[1-F_{-l}(c)]^{N-l} \\
&\quad + N_{-l}F_{-l}'(c)[1-F_l(c)]^{N-l-1}[1-F_l(c)]^{N_l-1}.
\end{aligned}
$$

（A3）式可化为：$\frac{\mathrm{d}e^l}{\mathrm{d}c}+\beta\cdot\frac{H_l(c)}{G_l(c)}\cdot e^l+\alpha\cdot\frac{H_l(c)}{G_l(c)}=0$，解得：

$$
e^l(c)=-\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\alpha}{\beta}\exp\left\{-\beta\int_1^c\frac{H_l(t)}{G_l(t)}\mathrm{d}t\right\}=-\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\alpha}{\beta}\cdot\frac{1}{G_l(c)}, \tag{A5}
$$

容易证明：$\frac{\mathrm{d}e^l(c)}{\mathrm{d}c}<0$，$\lim_{c\to c_l^{*-}}e^l(c)=\infty$，故存在唯一 c_l^H，s. t. $\forall c\in(c^*,c_l^H]$，$e^l(c)=e^*$，且 $\beta[1-F_l(c_l^H)]^{N_l-1}[1-F_{-l}(c_l^H)]^{N-l}=1-\frac{\alpha}{M}$。

③ 同理，当 $\beta[1-F_l(c_l)]^{N_l-1}[1-F_{-l}(c_l)]^{N-l}-1>0$，即 $m\leqslant c<c_l^*$ 时，

$$
e^l(c)=-\frac{\alpha}{\beta}-\left(M+\frac{\alpha}{\beta}\right)(\beta-1)\cdot\frac{1}{G_l(c)},
$$

容易证明：$\frac{\mathrm{d}e^l(c)}{\mathrm{d}c}>0$，$\lim_{c\to c_l^{*+}}e^l(c)=\infty$，$\forall c\in[m,c_l^*)$，$e^l(c)=e^*=\frac{M-\alpha}{\beta}$，故可得投资水平的 Bayes-Nash 均衡。

（2）求努力水平的 Bayes-Nash 均衡。将投资水平的 Bayes-Nash 均衡结果代入 FOC 条件：

当 $c_l\in[c_l^H,1]$时，（A4）式变为：

$$
-\alpha\cdot\frac{H_l(c)}{G_l(c)}\cdot\frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}x_{\text{line}}^l}=c, \tag{A6}
$$

利用边界条件有：$x_{\text{line}}^l(c)=\int_c^1\alpha\cdot\frac{1}{t}\cdot\frac{H_l(t)}{G_l(t)}\mathrm{d}t$，容易证明，$\frac{\mathrm{d}x_{\text{line}}^l(c)}{\mathrm{d}c}<0$。

当 $c_l\in[m,c_l^H)$时，参赛者获得的奖励为 M，故有：

$$
x_{\text{line}}^l(c)=\int_c^{c^H}M\cdot\frac{1}{t}\cdot H_l(t)\mathrm{d}t+\int_{c^H}^1\alpha\cdot\frac{1}{t}\cdot\frac{H_l(t)}{G_l(t)}\mathrm{d}t,
$$

容易证明，$\frac{\mathrm{d}x_{\text{line}}^l(c)}{\mathrm{d}c}<0$，证毕。

3．命题 3 的证明

固定奖励制度下，参赛者努力总和的期望为：

$$E\left(\sum x_{\text{fix}}\right)=N_1E(x_{\text{fix}}^1)+N_2E(x_{\text{fix}}^2)$$
$$=N_1\int_m^1 x_{\text{fix}}^1(c)f_1(c)\mathrm{d}c+N_2\int_m^1 x_{\text{fix}}^2(c)f_2(c)\mathrm{d}c;$$

线性奖励制度下，参赛者的努力总和的期望为：

$$E\left(\sum x_{\text{line}}\right)=N_1E(x_{\text{line}}^1)+N_2E(x_{\text{line}}^2)$$
$$=N_1\int_m^1 x_{\text{line}}^1(c)f_1(c)\mathrm{d}c+N_2\int_m^1 x_{\text{line}}^2(c)f_2(c)\mathrm{d}c;$$

固定奖励制度下，参赛者的最大努力期望为：

$$E_{\text{fix}}(x_{\max})=\max\left\{\int_m^1 x_{\text{fix}}^1(c)f_1^{(1,N)}(c)\mathrm{d}c,\int_m^1 x_{\text{fix}}^2(c)f_2^{(2,N)}(c)\mathrm{d}c\right\};$$

线性奖励制度下，参赛者的最大努力期望为：

$$E_{\text{line}}(x_{\max})=\max\left\{\int_m^1 x_{\text{line}}^1(c)f_1^{(1,N)}(c)\mathrm{d}c,\int_m^1 x_{\text{line}}^2(c)f_2^{(2,N)}(c)\mathrm{d}c\right\},$$

其中：x_{fix}^l是由命题 1 定义的努力 Bayes-Nash 均衡，x_{line}^l是由命题 2 定义的努力 Bayes-Nash 均衡，$f_l(c)$为不同类型参赛者成本分布的概率密度函数，$F_l(c)$为不同类型参赛者成本分布的概率函数，$f_l^{(1,n)}(c)$为若获胜者为第 l 类参赛者时，成本最大顺序统计量的概率密度函数

$$f_l^{(1,n)}(c)=n\cdot f_l(c)\cdot[1-F_l(c)]^{N_l-1}[1-F_{-l}(c)]^{N_{-1}},\quad l=1,2.$$

下面证明，$\forall c\in[m,1)$，均有 $x_{\text{fix}}^l(c)>x_{\text{line}}^l(c)$，只需证对任意类型参赛者当 $c\in[c_l^H,1)$时，有：

$$\frac{\alpha}{1-\beta[1-F_l(c)]^{N_l-1}[1-F_{-l}(c)]^{N_{-l}}}<M,$$

由于 $F_l'(c)>0$，且 $\beta[1-F_l(c_l^H)]^{N_l-1}[1-F_{-l}(c_l^H)]^{N-l}=1-\alpha/M$，上式显然成立。

故 $E\left(\sum x_{\text{fix}}\right)>E\left(\sum x_{\text{line}}\right)$，$E_{\text{fix}}(x_{\max})>E_{\text{line}}(x_{\max})$，证毕。

4．命题 5 的证明

由命题 4，第 l 类参赛者获得最终奖励时，在第二阶段的收益为

$$\prod(c)=(\alpha+\beta e^l)\int_c^1\left(1-\frac{c}{t}\right)\mathrm{d}F_l^{(2,N)}(t),\tag{A7}$$

$F_l^{(2,N)}(c)$表示第 l 类参赛者为所有成本之次低顺序统计量的分布函数，

$$\mathrm{d}F_l^{(2,N)}(c)/\mathrm{d}c=C_{N_l}^2F_l(c)f_l(c)[1-F_l(c)]^{N_l-2}[1-F_{-l}(c)]^{N-l}$$

$$+C_{N_l}^{1}C_{N_{-l}}^{1}F_{-l}(c)f_{-l}(c)[1-F_l(c)]^{N_l-1}[1-F_{-l}(c)]^{N_{-l}-1},$$

不妨记 $F_l^{(1)}(c)=[1-F_l(c)]^{N_l-1}[1-F_{-l}(c)]^{N_{-l}}$，参赛者在第一阶段的最优化问题为：

$$\max_{\{e^l\}}(\alpha+\beta e^l)F_l^{(1)}(c)\int_c^1\left(1-\frac{c}{t}\right)\mathrm{d}F_l^{(2,N)}(t)-e^l, \tag{A8}$$

一阶条件为：

$$\beta\cdot F_l^{(1)}(c)\int_c^1\left(1-\frac{c}{t}\right)\mathrm{d}F_l^{(2,N)}(t)+(\alpha+\beta e^l)\cdot\frac{\mathrm{d}F_l^{(1)}(c)}{\mathrm{d}c}\cdot c_{e^l}'\cdot\int_c^1\left(1-\frac{c}{t}\right)\mathrm{d}F_l^{(2,N)}(t)$$

$$+(\alpha+\beta e^l)\cdot F_l^{(1)}(c)\cdot\int_c^1\left(-\frac{1}{t}\right)\mathrm{d}F_l^{(2,N)}(t)\cdot c_{e^l}'=1,$$

整理可得：

$$\frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}e^l}=\frac{1}{\alpha+\beta e^l}\cdot\frac{1-\beta\cdot F_l^{(1)}(c)\cdot\int_c^1\left(1-\frac{c}{t}\right)\mathrm{d}F_l^{(2,N)}(t)}{\frac{\mathrm{d}F_l^{(1)}(c)}{\mathrm{d}c}\cdot\int_c^1\left(1-\frac{c}{t}\right)\mathrm{d}F_l^{(2,N)}(t)-F_l^{(1)}(c)\int_c^1\frac{1}{t}\mathrm{d}F_l^{(2,N)}(t)}, \tag{A9}$$

注意到$\frac{\mathrm{d}F_l^{(1)}(c)}{\mathrm{d}c}<0$，故式（A9）中分母为负。记 $A_l(c)=F_l^{(1)}(c)\cdot\int_c^1\left(1-\frac{c}{t}\right)\mathrm{d}F_l^{(2,N)}(t)$，有 $A_l'(c)<0$，记 $A_l(m)=\int_m^1\left(1-\frac{m}{t}\right)\mathrm{d}F_l^{(2,N)}(t)$，$B=\max(A_1(c),A_2(c))=\max(A_1(m),A_2(m))$，易证 $B<1$，当 $1<\beta<1/B$ 时，$\frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}e^l}<0$。（A9）式是关于成本与投资水平的常微分方程。

我们无须进一步求方程解的具体形式，考虑到边界条件 $e^l(1)=0$ 和$\frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}e^l}<0$，这时，投资水平随成本的增加而严格减少，同时由于参赛者的类型是公开信息，所以投资将真实披露参赛者的成本信息。对 $\forall\, l=1$，2，显然有：$M>\int_m^1 e^l(c)\mathrm{d}F_l(c)$，即在参赛者同等努力水平下，参赛者完全披露的成本信息将使得竞赛组织者降低奖励总额期望。与命题 3 类似，可以证明结论不依赖于竞赛组织者最大化最大努力或最大化努力之和，证毕。

参 考 文 献

［1］ Baik, K., and J. Shogren, “Strategic Behavior in Contests: Comment”, *American Economic Review*, 1992, 82(3), 359—362.

［2］ Barut, Y., and D. Kovenock, “The Symmetric Multiple Prize All-pay Auction with Complete Information”, *European Journal of Political Economy*, 1998, 14(4), 627—644.

［3］ Baye, R., D. Kovenock, and C. Vries, “The All-pay Auction with Complete Information”, *Economic Theory*, 1996, 8(2), 291—305.

［4］ Baye, R., D. Kovenock, C. Vries, and G. Casper, “Rigging the Lobbying Process: An Application of the All-pay Auction”, *American Economic Review*, 1993, 83(1), 289—294.

［5］ Baye, R., D. Kovenock, and C. Vries, “A General Linear Model of Contests”, mimeo, 1998.

[6] Baye, R., and O. Shin, "Strategic Behavior in Contests: Comment", *American Economic Review*, 1999, 89(3), 691—693.

[7] Bester, H., and K. Konrad, "Easy Targets and the Timing of Contest", *Journal of Theoretical Politics*, 2005, 17, 199—215.

[8] Broecker, T., "Credit-Worthiness Tests and Interbank Competition", *Econometrica*, 1990, 58(2), 429—452.

[9] Che, Y., and I. Gale, "Optimal Design of Research Contests", *American Economic Reviews*, 2003, 93(3), 646—671.

[10] Cohen, C., T. Kaplan, and A. Sela, "Optimal Rewards in Contests", Working Paper, 2006.

[11] Cohen, C., and A. Sela, "Allocation of Prizes in Asymmetric All-pay Auctions", Working Paper, 2005.

[12] Dasgupta, P., "The Theory of Technological Competition", in Stiglitz, J., and G. Mathewson (eds.), *New Developments in the Analysis of Market Structure*. Cambridge, MA: MIT Press, 1986.

[13] Dasgupta, A., and K. Nti, "Designing an Optimal Contest", *European Journal of Political Economy*, 1998, 14(4), 587—603.

[14] Gavious, A., B. Moldovanu, and A. Sela, "Bid Costs and Endogenous Bid Caps", *RAND Journal of Economics*, 2002, 33(4), 709—722.

[15] Glazer, A., and R. Hassin, "Optimal Contests", *Economic Inquiry*, 1988, 26(1), 133—143.

[16] Groh, C., B. Moldovanu, A. Sela, and U. Sunde, "Optimal Seedings in Elimination Tournaments", *Economic Theory*, 2008, forthcoming.

[17] Hillman, A., and J. Riley, "Politically Contestable Rents and Transfers", *Economics and Politics*, 1989, 1(1), 17—39.

[18] Kaplan, T., I. Luski, A. Sela, and D. Wettstein, "All-pay Auctions with Variable Rewards", *Journal of Industrial Economics*, 2002, 50(4), 417—430.

[19] Konrad, K., "Bidding in Hierarchies", *European Economic Review*, 2004, 48(6), 1301—1308.

[20] Konrad, K., "Trade Contests", *Journal of International Economics*, 2000, 51(2), 317—334.

[21] Lai, E., and A. Matros, "Contest Architecture with Performance Revelation", Working Paper, 2006.

[22] Moldovanu, B., and A. Sela, "Contest Architecture", *Journal of Economic Theory*, 2006, 126(1), 70—96.

[23] Moldovanu, B., and A. Sela, "The Optimal Allocation of Prizes in Contests", *American Economic Review*, 2001, 91(3), 542—558.

[24] Münster, J., "Contests with Investment", *Managerial and Decision Economics*, 2007, 28(8), 849—862.

[25] Stein, W., and A. Rapoport, "Symmetric Two-stage Contests with Budget Constraints", *Public Choice*, 2005, 24(3), 309—328.

Best Prize Allocation in Contests: An Auction-based Framework

XIAOHUA XIA MEIJIN WANG
(*Sun Yat-sen University*)

Abstract This paper studies the optimal allocation of prizes in an asymmetric contest under the framework of all-pay auctions. We assume that the contest organizer does not know the contestants' costs. He can use a fixed prize scheme or a linear prize scheme in which the prize depends on the contestants' investment. We prove that the fixed prize scheme is better than the linear prize scheme if the investment can not completely reveal the contestants' costs and the linear prize scheme may be better than the fixed prize if the investment can reveal the costs. We also get a necessary condition for our results. Our results don't depend on the cost function, symmetric assumption and the organizer's aims which may maximize a single contestant's maximal effort or maximize the total effort of all contestants.

JEL Classification D44, L22, J31