

# 从“居者有其屋”到“住有所居”

## ——保障性租赁住房的经济与福利效应

李博 王霄 张辉

### 目录

附录 I 稳态均衡及平衡增长路径.....	1
附录 II 收入过程估计与个体的存活率.....	3
附录 III 模型适应性分析.....	5
附录 IV 数值实验的政策依据.....	6
附录 V 无购房者出租假设时的稳健性检验.....	7
附录 VI “需求+供给端”政策下个体在生命周期上的变化.....	9
附录 VII 数值计算过程.....	10

## 附录 I 稳态均衡及平衡增长路径

根据正文模型分析,用 $s = (b, h, \eta, j)$ 表示个体的状态变量,  $\Phi(s)$ 表示稳态分布。给定养老替代率 $\lambda$ 和政府的收支结构 $(\tau_b, \tau_c, T_y(\cdot), \zeta, G)$ , 稳态均衡由个体的值函数 $(V, V^o, V^r)$ 和政策函数 $(c, h', b', hs)$ 、最终品生产商的生产计划 $(Y, K_Y, N)$ 、房屋建筑商的生产计划 $(H_{new}, L, K_H)$ , 一组价格(房价 $p_h$ 、租金 $p_r$ 、地价 $q$ 、利率 $r$ 、工资 $w$ )以及稳态分布 $\Phi(s)$ 构成,并满足以下条件:

## 1. 个体效用最大化

给定房价 $p_h$ 、租金 $p_r$ 、利率 $r$ 和工资 $w$ , 值函数和政策函数求解了个体效用最大化问题。

## 2. 厂商利润最大化

利率 $r$ 和工资 $w$ 由代表性最终品生产商求解利润最大化内生决定。给定建筑商销售给房屋中介商的价格 $p_d$ 和地价 $q$ , 求解房屋建筑商利润最大化问题得到土地要素需求函数和房屋供给函数。住房资产的价格 $p_h$ 、租金 $p_r$ 以及建筑商销售给房屋中介商的价格 $p_d$ 的关系由房屋中介商零利润条件决定。

## 3. 市场出清

## (1) 资本市场出清

$$K' = (1 - \delta_k)K + I, (1)$$

$$K' = K'_Y + K'_H = \int b'(s)\Phi(db \times dh \times d\eta \times dj). (2)$$

## (2) 劳动市场出清

$$N = \int \epsilon_j \eta \Phi(db \times dh \times d\eta \times dj). (3)$$

## (3) 自有房市场出清

$$H'_o = \int h'(s)\Phi(db \times dh \times d\eta \times dj), (4)$$

$$H'_o = (1 - \delta_h)H_o + (1 - \omega)H_{new}. (5)$$

## (4) 租房市场出清

$$\int_{h'=0} h s(s)\Phi(db \times dh \times d\eta \times dj) = H'_{rp} + \int_{h'>0} (h'(s) - h s(s))\Phi(db \times dh \times d\eta \times dj), (6)$$

$$H'_{rp} = (1 - \delta_h)H_{rp} + \omega H_{new}. (7)$$

## (5) 土地市场出清

$$L^* = \bar{L}. (8)$$

## (6) 商品市场出清

$$Y_{total} = Y + p_h H_{new} = C + I + G + p_h H_{new}. (9)$$

## 4. 政府的财政政策

$$G = qL^* + \int (\tau_c c(s) + r\tau_b \max(b, 0) + T_y((1 - \tau_{ss})w\epsilon_j \eta) + p_h \tau(h, h'(s)))\Phi(db \times dh \times d\eta \times dj). (10)$$

## 5. 社保账户平衡

$$pen = \frac{\lambda w N}{\int \Phi(db \times dh \times d\eta \times (1, \dots, jr - 1))}, (11)$$

$$\tau_{ss} w N = pen \int \Phi(db \times dh \times d\eta \times (jr, \dots, J)). (12)$$

## 6. 遗产的转移支付

$$beq + \int p_h h \Phi(db \times dh \times d\eta \times 1)$$

$$= \int (1 - \psi_j) b^{(s)} \Phi(db \times dh \times d\eta \times dj) + \int_{h' > 0} (1 - \psi_j) p_h h'(s) \Phi(db \times dh \times d\eta \times dj). \quad (13)$$

7. 稳态分布的递推公式

$$\phi(\mathcal{B}, \mathcal{H}, \eta', j+1) = \int_{\{(b, h, \eta, j): b' \in \mathcal{B}, h' \in \mathcal{H}\}} \psi_j Pr(\eta' | \eta) \Phi(db \times dh \times d\eta \times j). \quad (14)$$

对于所有在定义域的集合  $\mathcal{B}$  和  $\mathcal{H}$  都成立。 $Pr(\eta' | \eta)$  表示给定当前随机冲击，未来某一种冲击发生的可能， $\psi_j$  表示  $j$  岁个体活到  $j+1$  岁的概率。

8. 平衡增长路径

假定当前经济处于一个平衡增长路径 (Balanced growth path, BGP) 上。给定稳态分布  $\Phi_t(s)$  后，加总得到的确定性变量以恒定的速率增长。借鉴朱国钟和颜色 (2013) 以及 Han et al. (2018) 类似的模型推导发现，经济体人口年龄结构恒定，总产出、总消费、总资本、实物产出和新增住房部门价值均以  $g_Y = g_n + g_Z$  的速率增长，总住房服务、自有住房服务和租房服务数量以  $g_H = (1 - \kappa)g_Y + \kappa g_L$  的速率增长。而住房价格与租房价格以  $g_Y - g_H$  的速率增长，工资和地价分别以  $g_Y - g_n$  和  $g_Y - g_L$  的速率增长，利率恒为常数。人均产出、消费、资本和住房资产价值以  $g_Y - g_n$  的速率增长，人均住房服务数量以  $g_H - g_n$  速率增长。

## 附录 II 收入过程估计与个体的存活率

本文使用 CHNS (中国健康与营养调查) 1997—2015 年的数据来估计个体的劳动收入过程, 按照如下准则对数据进行筛选: (1) 把样本限制在 20 岁至 60 岁之间的男性和 20 岁至 55 岁之间的女性; (2) 仅保留当期处于工作状态的个体; (3) 对收入进行 1% 的缩尾处理; (4) 个体必须在数据中至少有两个相邻时期的观测值。经过处理后, 共得到 5227 个不同个体在不同时期 14833 个观测值。收入变量采用个体全部的非退休工资收入。

首先利用回归的方法估计基于年龄的确定性生产率部分, 对个体的收入做对数化处理, 估计如下方程:

$$\ln wage_{it} = \beta_0 + \beta_1 age + \beta_2 age^2 + \gamma^T X_{it} + y_{it}, \quad (15)$$

其中, 下标  $i$  和  $t$  分别表示个体和时间。  $\ln wage_{it}$  表示个体  $i$  在时间  $t$  下的劳动收入,  $X_{it}$  表示其他控制变量, 如教育程度、性别、职业类型、民族、年份固定效应、省份固定效应等。  $y_{it}$  表示个体收入的随机部分。本文关心的是年龄和年龄平方项前的系数  $\beta_1$  和  $\beta_2$ , 带入年龄取值后, 即可得到基于年龄的确定性生产率部分。

利用上一步回归得到的残差项  $y_{it}$  进行收入随机过程的估计。假设收入的随机项由永久性冲击和暂时性冲击构成。

$$y_{it} = \eta_{it} + v_{it}, \quad (16)$$

$$\eta_{it} = \rho \eta_{it-1} + \epsilon_{it}, \quad (17)$$

其中,  $\eta_{it}$  和  $v_{it}$  分别表示永久性冲击和暂时性冲击。假定  $v_{it}$  和  $\epsilon_{it}$  服从均值为零, 方差分别为  $\sigma_v$  和  $\sigma_\epsilon$  的独立同分布的正态分布, 且两者不相关。基于此, 可以计算出  $y_{it}$  的部分矩特征。

$$\text{var}(\eta_{it}) = \frac{\sigma_\epsilon^2}{1 - \rho^2}, \quad (18)$$

$$\text{var}(y_{it}) = \frac{\sigma_\epsilon^2}{1 - \rho^2} + \sigma_v^2, \quad (19)$$

$$\text{cov}(y_{it}, y_{it-s}) = \text{cov}(\eta_{it}, \eta_{it-s}) = \rho^s \frac{\sigma_\epsilon^2}{1 - \rho^2}. \quad (20)$$

样本数据的时间节点共有 7 个。因此可以构建  $\frac{7 \times (7+1)}{2}$  个两两匹配的样本, 其中包含了 7 个方差和 21 个协方差。借鉴 Heathcote et al. (2010), 本文利用等权重最小距离法估计 (equally-weighted minimum distance estimator)  $\sigma_v$ 、 $\sigma_\epsilon$  和  $\rho$  的取值。

$$\min_{\sigma_v \sigma_\epsilon \rho} X^T W X, \quad (21)$$

其中,  $X$  是一个  $28 \times 1$  维的列向量, 每一个元素为矩特征在模型与数据中的差值,  $W$  为权重矩阵, 假定为单位矩阵。最终估计出来的持久性系数  $\rho$  为 0.711,  $\sigma_\epsilon$  为 0.242, 本文估计结果与朱国钟和颜色 (2013) 相近。为了与模型一致, 本文暂时忽略暂时性冲击的方差  $\sigma_v$ 。利用 Tauchen (1986) 的方法将上述 AR (1) 过程离散为五个状态的马尔可夫 (Markov) 过程。下表汇报了估计出来的不同年龄个体生产率, 以及从人口普查数据中获得的个体存活率。

表 II 1 不同年龄个体的存活率和生产率

年龄	生产率	存活率	年龄	生产率	存活率
21	1	0.999528	41	1.2686	0.998447
22	1.0308	0.999503	42	1.26283	0.998179
23	1.05977	0.999463	43	1.25523	0.998112
24	1.08692	0.999437	44	1.2458	0.997935
25	1.11223	0.999417	45	1.23455	0.997686

---

26	1.13572	0.999427	46	1.22146	0.99764
27	1.15738	0.999406	47	1.20655	0.997464
28	1.17721	0.999389	48	1.18981	0.996888
29	1.19521	0.999319	49	1.17124	0.996719
30	1.21138	0.999301	50	1.15084	0.996361
31	1.22572	0.99923	51	1.12862	0.996245
32	1.23824	0.999194	52	1.10456	0.996021
33	1.24893	0.999172	53	1.07868	0.995588
34	1.25778	0.999056	54	1.05097	0.995016
35	1.26481	0.998973	55	1.02143	0.994821
36	1.27002	0.998936	56	0.990058	0.994364
37	1.27339	0.998865	57	0.956861	0.993906
38	1.27493	0.998794	58	0.921835	0.993193
39	1.27465	0.998659	59	0.884981	0.992334
40	1.27254	0.99849	60	0.846298	0.991458

---

数据来源：1989—2015 年 CHNS（中国健康与营养调查）、2010 年第六次全国人口普查数据。

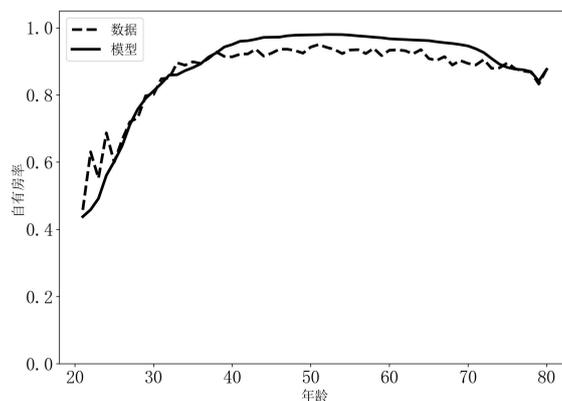
## 附录III 模型适应性分析

本文构建了包含异质性个体的多部门世代交叠模型,通过校准和估计模型参数后,检验发现模型结果与实际数据中的表现基本吻合,如表III1所示。其中,本文在参数校准时匹配的六个目标变量(Target Variables)分别是,基于2013-2017年CHFS数据计算的自有房率、80岁个体的自有房率、新增住房资产价值占GDP比重、土地出让收入占财政收入的比重、资本产出比以及房价租金比,基准模型与实际数据几乎完全一致。对于非目标变量,模型和数据中21岁个体的自有住房率分别为0.438和0.458。模型求解得出的国民储蓄率为0.507,略高于从国家统计局计算出的0.468。因为本文构建的模型中个体面临不确定性的收入冲击,预防性储蓄动机较强,导致模型计算的储蓄率较高。本文利用之前估计收入过程的CHNS数据计算得到的收入和消费基尼系数分别为0.462和0.389,而模型中求解得到的为0.425和0.408,略低于数据。此外,模型结果中的平均消费占收入比为0.654,平均消费占财富比为0.060,与基于2013-2017年CHFS数据计算的我国城镇居民平均的消费收入比(0.724)和消费财富比(0.060)比较接近。图III1比较了模型与数据中不同年龄的个体持有自有住房的比例。虚线和实线分别表示基于CHFS数据测算的不同年龄的自有住房率和模型求解得到的结果,两者从生命周期来看较为吻合。

表III1 基准模型结果与实际数据的对比

变量	基准模型	中国数据
校准变量		
平均自有住房率	0.877	0.879
80岁个体自有住房率	0.877	0.877
新增住房资产价值占GDP比重	0.116	0.116
土地出让收入占税收收入比值	0.369	0.369
资本产出比	2.687	2.687
房价租金比	43.54	43.39
非校准变量		
21岁个体自有房率	0.438	0.458
国民储蓄率	0.507	0.468
平均消费收入比	0.654	0.724
平均消费财富比	0.060	0.060
消费的基尼系数	0.408	0.389
收入的基尼系数	0.425	0.462

数据来源:2013-2017年CHFS、1997-2015年CHNS、国家统计局。



图III1 模型与数据中不同年龄个体的自有房率

## 附录IV 数值实验的政策依据

下表汇总了本文针对《关于加快发展保障性租赁住房的意见》中的各项政策所设计的数值实验。

表IV 1 本文数值实验的政策依据

	政策措施	数值实验
需求端	解决符合条件的新市民、青年人等群体的住房困难问题	限制个体年龄条件
	以建筑面积不超过70平方米的小户型为主	限制租房面积条件,如面积选择范围
	租金低于同地段同品质市场租赁住房租金	在符合条件的人群上给予租房折扣,如打9折
供给端	主要利用集体经营性建设用地、企事业单位自有闲置土地、产业园区配套用地和存量闲置房屋建设	增加土地供应量和租房供给数量
	适当利用新供应国有建设用地建设	改变新增用地中用于自住房和租房的分配比例
	保障性租赁住房由政府给予土地、财税、金融等政策支持	政府给予财政补贴和贷款利率优惠

资料来源:2021年7月国务院办公厅出台的《关于加快发展保障性租赁住房的意见》。

## 附录V 无购房者出租假设时的稳健性检验

本文在构建模型时引入了允许购房者出租部分房子的假设,是为了更好的反映现实的情况,同时也并不增加很多模型的复杂度和计算难度。此外,本文关注的是保障性租赁住房政策,因此将租售比作为重点考察的指标之一,所以希望详细区分租赁住房的不同供给来源。在基准模型下出租房屋的自有住房者占比为9.8%,出售的面积占有住房面积的平均比例为8.7%。该结果可能略低于实际数据,原因在于本文刻画了较高的房价租金比,使得租金收益过低,从而自有住房者选择出租的比例和面积相对较小。为了验证允许购房者出租部分房子的假设的影响,我们比较了两个有无该假设的基准模型结果发现,当没有购房者出租部分房子的假设后,租房市场上的供给来源减少,导致租房服务数量下降和租金上升。由于自有住房者不能出租房屋获取租金,因此房价隐含的住房资产回报下降,住房资产价格定价下移,间接刺激自有住房服务需求。

没有购房者出租部分房子的假设后,我们同样进行了补贴优惠的基准实验。总量结果与之前的变化方向和幅度基本一致,福利改善相比基准情形较小,原因在于供给减少后租金市场价格更高,给予同样的补贴政策效果发挥减弱,消费跌幅加深。

表V1 无购房者出租假设时的总量结果

	初始基准模型	需求端政策	无出租假设的基准模型	需求端政策
利率	0.084	8.40%	0.085	8.40%
		-0.04%		-0.04%
工资	1.356	1.359	1.353	1.356
		0.21%		0.22%
房价	0.347	0.345	0.343	0.342
		-0.33%		-0.41%
租金	0.00796	0.00868	0.00799	0.00876
		9.17%		9.63%
地价	0.140	0.140	0.141	0.141
		-0.02%		-0.27%
非耐用品消费	0.759	0.759	0.763	0.762
		-0.03%		-0.13%
租房服务	2.752	2.754	2.178	2.183
		0.06%		0.26%
自有住房服务	14.133	14.188	14.473	14.498
		0.38%		0.17%
自有房率	0.877	87.66%	0.897	89.50%
		-0.04%		-0.20%
资本	6.952	6.976	6.933	6.959
		0.34%		0.38%
实物产出	2.287	2.292	2.282	2.287
		0.21%		0.22%
总产出	2.587	2.591	2.581	2.585
		0.16%		0.14%
政府收入	0.518	0.518	0.520	0.520

		0.05%		-0.03%
福利变化		0.17%		0.03%

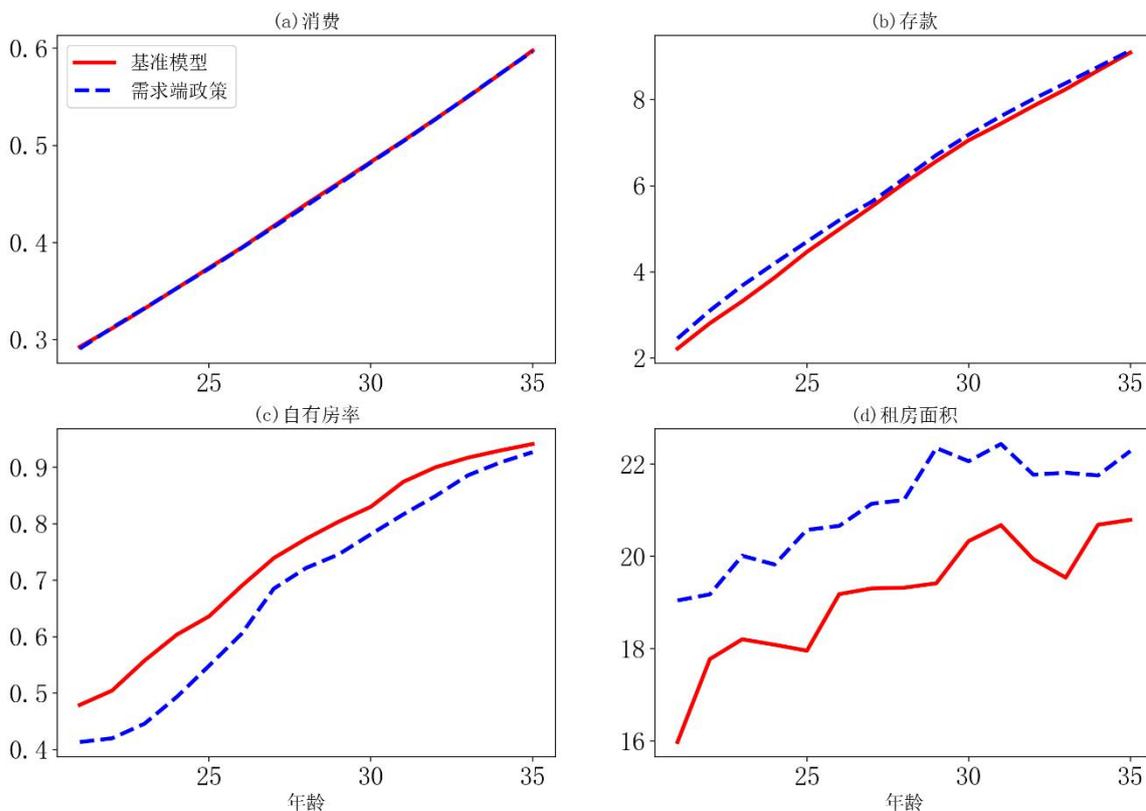


图 V1 无购房者出租假设时个体在生命周期上的变化

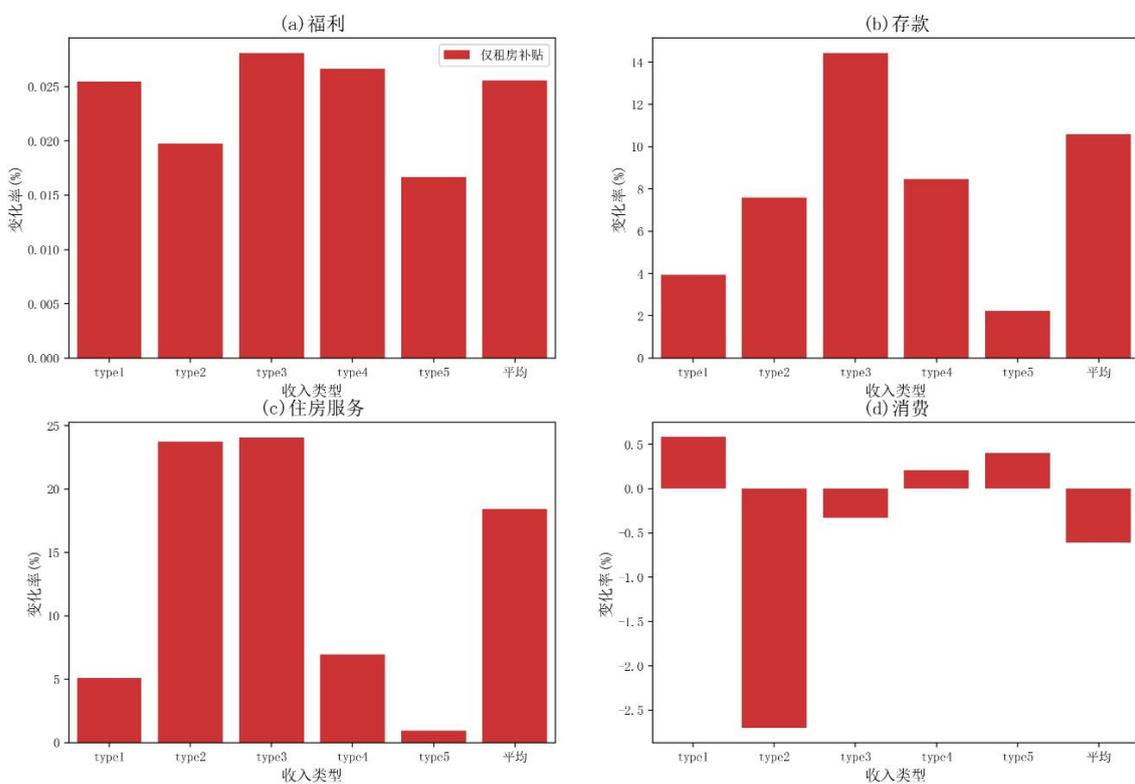


图 V2 无购房者出租假设时个体的异质性变化

## 附录 VI “需求+供给端”政策下个体在生命周期上的变化

下图展示了在“需求+供给端”政策共同实施的情形下，个体行为在生命周期上的变化。首先，加入供给端层面的政策后青年人消费变化不大，存款略微上升。由于租房供应增加，租金涨幅下降，青年人可支配收入相较之前更多，因此消费与存款有微幅上涨趋势。平均的租房面积相对仅有需求端层面政策时有明显增加，租房市场供给数量的增加使得青年人可享受到的住房服务上升，表现为租房的平均面积提升。青年人的自有住房率相较仅有需求端层面政策时略微下降。

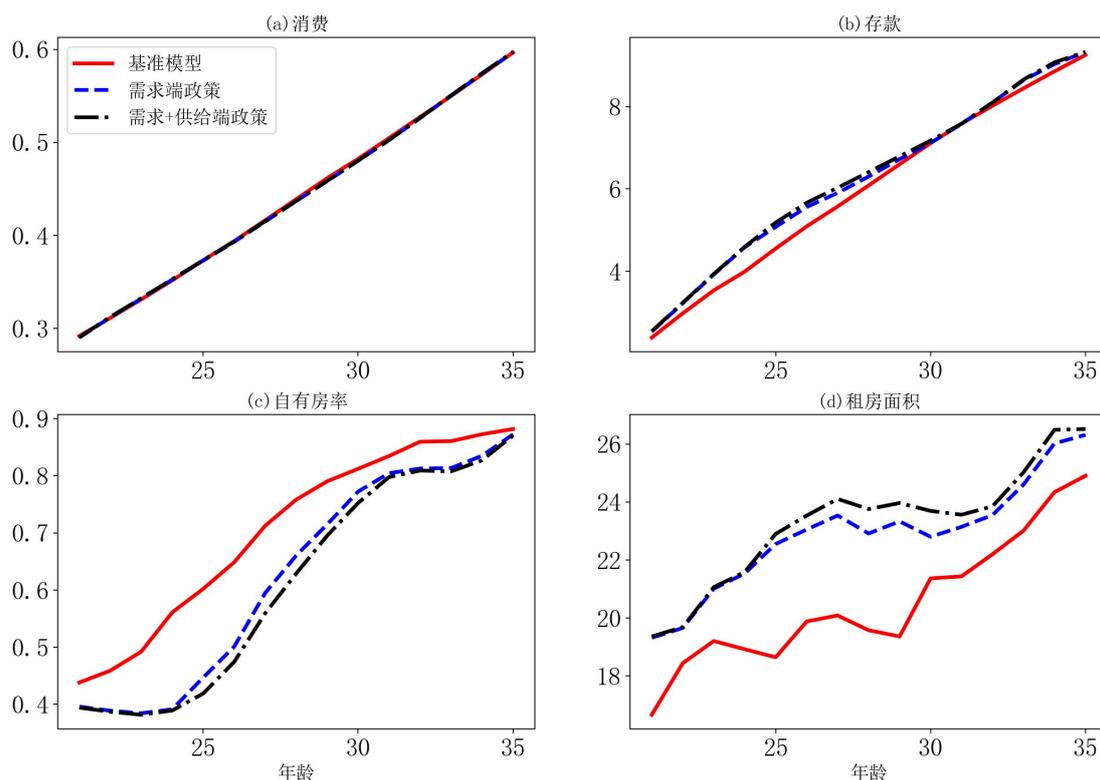


图 VI.1 “需求+供给端”政策下个体在生命周期上的变化

注：此处“需求+供给端”政策表示额外增加 5% 的租房供给数量。

## 附录VII 数值计算过程

由于本文考虑了个体异质性的特征,并且包含离散租购住房问题,在利用跨期欧拉方程等一阶条件汇总的时候很难写成解析解的形式,因此本文利用数值方法进行求解并模拟经济的运行。本文求解异质性 OLG 模型需要求解所有状态  $(b, h, \eta, j)$  下个体的值函数 (Value Function) 与决策方程 (Policy Function), 并从最大年龄个体向最小年龄个体、从最后一期向第一期倒向求解决策方程, 从最小年龄个体向最大年龄个体、从第一期向最后一期正向计算分布特征。求解步骤如下:

### (1) 猜测价格变量取值

根据模型特点, 确定初始稳态下要猜解的价格为利率  $r$ 、房价  $p_h$ 、租金  $p_r$ 、遗产  $beq$ 、消费税税率  $\tau_c$ , 其他价格变量如工资可由模型结构直接计算。初始赋值的要点包括: 选择离稳态下比较接近的数值或相对符合常识的数值, 例如利率猜在 0.05, 消费税税率猜在 0.1 左右; 没有赋值思路即多尝试几个选择, 从结果中动态选择合适数值, 减少迭代次数。

### (2) 倒推求解 (Backward Recursion) 个体的决策方程

首先, 求解最大年龄  $J$  的个体的选择, 因为 Bellman 方程中没有下一期值函数, 此时问题转换为静态问题。给定最大年龄个体在  $(b, h, \eta)$  上的具体数值, 求解消费  $c$ 、持有的住房资产  $h'$ 、持有的金融资产  $q'$  和住房服务  $hs$ 。代入最优解后就得到了最大年龄个体的值函数。其次, 求解  $J-1$  年龄个体的选择, 此时 Bellman 方程中出现年龄为  $J$  的个体的值函数, 我们只需将上一步求得年龄  $J$  个体的值函数带入 Bellman 方程, 动态优化问题又转换成静态优化问题。通过遍历求解, 得到  $J-1$  年龄个体的最优决策以及值函数。最后, 从  $J-1$  不断向前推进, 最终得到年龄为 1 的个体的最优决策和值函数。至此, 我们得到了在当前猜测的价格下, 所有状态个体的最优决策和值函数。

### (3) 从前向后求解 (Forward Recursion) 个体的分布

外生给定个体刚进入经济体时的初始分布。根据求解的个体最优决策方程, 从最小年龄个体向后演进得到全部人口分布。

### (4) 根据分布计算总量

根据第二步计算的微观个体决策和第三步推出的微观个体分布情况, 汇总得到总量特征, 比如总产出、资本、消费、住房服务等。

### (5) 判断是否达到市场出清条件并更新猜测的价格变量

判断市场供需两端是否相等, 即误差收敛到一定范围。例如, 从利率可直接推出资本的需求, 是否等于从个体端汇总的资本供给。假若资本供给高于资本需求, 那么调低利率, 反之亦然; 假若住房供给高于住房需求, 那么调低房价, 反之亦然; 假若政府支出高于政府收入, 那么调高税率, 反之亦然。

### (6) 重复上述过程直至达到市场出清的条件

更新完价格后, 重新进行前述步骤, 不断更新价格直至所有市场供需两端误差收敛到指定水平。

### 参考文献

- [1] Han, B., L. Han, and G. Zhu, "Housing Price and Fundamentals in a Transition Economy: The Case of the Beijing Market", *International Economic Review*, 2018, 59(3), 1653-1677.
- [2] Tauchen, G., "Finite State Markov-chain Approximations to Univariate and Vector Autoregressions", *Economics letters*, 1986, 20(2), 177-181.
- [3] 朱国钟、颜色, "住房市场调控新政能够实现‘居者有其屋’吗?——一个动态一般均衡的理论分析", 《经济学》(季刊), 2014 年第 1 期, 第 103-126 页。

注: 该附录是期刊所发表论文的组成部分, 同样视为作者公开发表的内容。如研究中使用该附录中的内容, 请务必在研究成果上注明附录下载出处。