第 5 卷第 3 期 经 济 学（季 刊） Vol. 5, No. 3
2006 年 4 月 China Economic Quarterly April, 2006

搜索、政府花费和失业*

吴付科　曾宪初　胡适耕

摘　要　本文在将搜索理论和经典的经济增长理论结合的基础上引入生产性政府花费，讨论了政府花费对就业和消费的影响。利用最一般的生产和效用函数，证明了均衡状态存在的唯一性。当失业工人和空闲职位的匹配是有效时，表示经济系统的四维动力系统存在一个稳定的二维流形。

关键词　搜索理论，生产性政府花费，匹配函数

一、引　　言

经典的政府花费模型（Samuelson（1986）、Barro（1990）、Devarajan、Swaroop and Zou（1996））可以解释很多经济现象。虽然他们的目的各不相同，例如：Barro 讨论一个内生增长模型中的政府花费，Zou 等讨论各级政府花费，但他们的模型都有一个共同的特点：所有市场都是出清的。因此如果需要讨论政府花费对失业等现象的影响，则他们的模型需要改进。

搜索理论假设劳动力市场存在摩擦，这阻碍了劳动力市场上的供求平衡，因此可以比较合理地解释失业等现象。利用这个理论，Burdett and Mortenson（1998）解释了为什么在劳动力市场上相同能力的工人愿意接受不同的工资，也解释了为什么在实际劳动力市场中工人的工资往往并不等于他们的边际生产率。

Merz（1995）、Shi and Wen（1997）和 Postel-Vinay（1998）完美地将增长理论与搜索理论结合起来，他们的模型不仅可以研究经济增长，而且也可以研究失业，这是增长理论和劳动力市场理论的一个进步。Shi and Wen（1999）利用他的理论模型研究了各种税收和补贴对经济的影响。

失业问题一直是经济学研究的一个重要问题，我国也受到这个问题的困扰。自从 20 世纪 70 年代以来，大部分发达国家走向两个不同的均衡。在欧洲大陆，失业率在 90 年代早期稳定在将近 10%，美国的失业率虽然也有波动，但是在战后一般稳定在 5% 以下。另外一些国家和地区，像亚洲的韩国、台湾地区、香港地区和新加坡，在很长一段时间保持着很高的经济增长率和

* 吴付科，华中科技大学数学系；曾宪初，华中科技大学数学系和湖北经济学院；胡适耕，湖北经济学院。通讯作者及地址：吴付科，湖北省武汉市华中科技大学数学系，430044；电话：(027)87557195；E-mail：wufuke@mail. hust. edu. cn。本文为湖北省教育厅重点资助项目（项目编号：D200519003）。感谢姚洋及匿名评审人的有益建议，使文章质量得到了很大提高。当然作者文责自负。

较低的失业率。为了解释这些不同，很多经济学家举出很多影响失业的因素，例如：劳动力市场的摩擦，各国（各地）不同的劳动法、不同的失业补贴制度和工资制度、一些低成本国家的竞争和国际商业的影响等，得出了一些重要的结果。

这篇文章基于 Shi and Wen（1997）的理论框架，在搜索理论和增长理论相结合的基础上引入生产性政府花费。与传统的政府花费模型不同，本文讨论稳定状态下政府花费对就业和消费的影响并比较这两种影响。传统的政府花费模型也可以讨论对消费的影响，但出清的劳动力市场不存在失业，所以就业情况无法考察。一般来讲，纯搜索理论并不涉及资本积累和生产，所以无法讨论生产性政府花费。

经典的失业理论在讨论政府花费对失业的影响时，主要关心失业补贴对失业的影响，由于政府对失业者进行补贴，所以产生了失业利益（Unemployment profit)，失业利益越高，工人越不愿工作，因此导致更高的失业率。经济学家利用这些原理来解释美国与欧洲的失业率的差别。

本文从另外的一个角度去考察政府花费对失业的影响，在我们所考察的经济系统中，政府并不对失业工人进行直接的补贴，而是通过对基础设施等的投资来刺激生产，进而影响工人的就业状况。利用一般的生产和效用函数，文章证明所讨论的经济系统存在唯一的正的均衡状态，生产性政府花费对就业和消费有相同的影响。当失业工人和空闲职位的匹配有效时，用来表示经济系统的四维动力系统具有一个稳定的二维流形，即此经济系统在二维曲面上处于稳定的状态。均衡状态的政府花费对就业的影响可以分为两个方面：第一种影响为正，因为随着政府花费的增加，提高了厂商的回报，刺激了厂商的扩大再生产。因为在我们的模型中，劳动力市场存在摩擦，所以厂商不能按需得到工人，为了得到足够多的工人进行扩大再生产，厂商增加空闲职位的数目，提高了工人寻找工作时的匹配率，因此提高了就业率。第二种影响为负，这是由于政府花费最终是来源于政府对厂商的税收，所以减少了厂商的收入，因此减少了厂商保留空闲职位的价值，因此厂商将减少空闲职位的数目，这种行为降低了劳动力市场的匹配率，因此降低了就业率。当前一种效用大于后一种效用时，厂商扩大生产规模，提高了就业率，反之降低了就业率。对政府花费对消费同样具有两种截然不同的影响。当生产函数为 Cobb-Douglas 形式时，我们得到最优的政府花费仅仅与政府花费对生产的弹性有关。

文章的结构如下：第二部分建立模型，分析稳定状态时政府花费对就业和消费的影响及其动态性质。最后一部分是结果评述。

二、模　　型

（一）家庭决策

考虑一个具有很多相同家庭组成的一个分散经济，每一个家庭的人口数量用测度为 1 的连续系统表示，人的寿命无限长。在每一时点，每个人或者从事工作以求获得工资，或者处于失业状态而努力寻找工作。由于市场的不完全性，失业工人与厂商提供的空闲职位的匹配过程是随机的，它与整个劳动力市场上失业工人和空闲职位的数目有关。

与经典的增长理论一样，在本文家庭决策问题可以表示为 $W = \max\int_0^{+\infty} e^{-\rho t} u(c)\mathrm{d}t$，其中，$c$ 为家庭消费，ρ 是时间偏好率，效用函数满足标准条件：$u'(\cdot)>0, u''(\cdot)<0$。

与标准增长理论不同但是在搜索理论中却很普遍的是，家庭中劳动者的数目是随着失业者找到工作和就业者失去工作而变动的，家庭的劳动力供给方程如下（上标 s 表示“供给”）：

$$\dot{l}^s = m(1-l^s) - \theta l^s,$$

其中 θ 是一个常数，表示一个就业工人在单位时间失去工作的概率，它可以度量工人的失业风险；m 为一个失业工人在单位时间找到工作的概率，一般来讲，m 与劳动力市场中的总失业人口和厂商提供的总的空闲职位有关，但是对单个的家庭来讲，m 被看作给定的。在经典的增长理论中，由于劳动力市场的出清，劳动力供给方程不存在。

结合经典增长模型，家庭决策问题可以表示为：

$$\max_{\{c\}}\int_0^{+\infty} u(c)e^{-\rho t}\mathrm{d}t; \tag{1}$$

$$\dot{l}^s = m(1-l^s) - \theta l^s; \tag{2}$$

$$\dot{k}^s = rk^s + l^s w + \pi - c, \tag{3}$$

$$l(0) \text{ 和 } k^s(0) \text{ 给定.}$$

其中，r 为利率，k^s 为资本供给，w 为工资，π 为家庭在资本市场的红利，后面将有详细的定义。

设 λ_s 为劳动力供给的乘子，由动态优化的标准结果，

$$\dot{c} = -\frac{u'(c)}{u''(c)}(r-\rho); \tag{4}$$

$$\dot{\lambda}_s = \rho\lambda_s + \lambda_s(m+\theta) - wu'(c). \tag{5}$$

（4）式为增长理论的标准结果，表示在最优条件下，消费的边际效用等于资

本的边际值（影子价格）。(5)式为劳动投入的欧拉方程，它的右边最后一项是当一个失业者遇到一个空闲职位时家庭的效用增量。

（二）厂商决策

在经济中有很多相同的厂商，他们的生产函数为 $Y=F(k^d,l^d,g)$（上标 d 表示“需求”），其中生产函数满足 $F_1>0$，$F_2>0$，$F_3>0$，$F_{11}<0$，$F_{22}<0$。除此之外，假设生产函数关于劳动和资本投入是线性齐次的，意味着 $F_{12}=F_{21}>0$。

根据拥挤性政府花费的定义，$g=G/Y=\tau Y/Y=\tau$，其中 G 是总的生产性政府花费，它来自税收 $\tau\in(0,1)$，所以生产函数可以重新写为 $Y=F(k^d,l^d,\tau)$。

因为劳动力市场存在摩擦，代表性厂商可能并不能雇佣到他们希望雇佣到的工人数量。他们所能做的只是保留一定数量 v 的空闲职位来和寻求工作的失业者相匹配，所以他们并不直接决定工人的雇佣量，而是通过保留空闲职位的数量来影响工人的雇佣数量，假设保留一单位空闲职位在单位时间需要支付的成本为 δ。一个空闲职位单位时间与失业工人成功匹配的概率为 q，虽然与 m 一样，q 也与整个劳动力市场中的失业工人和空闲职位的数目有关，但对单个的厂商而言，q 看作给定的，所以一个厂商的劳动力雇佣方程为：

$$\dot{l}^d=qv-\theta l^d,$$

其中，qv 为新被雇佣的劳动力的数目，θl^d 为新的失业工人的数目。

单个厂商将利率 r 看作已知，通过选择空闲职位的数目 v 和投资 k^d 来最大化利润的现值，可以表达如下：

$$\max_{\{v,k^d\}}\int_0^{+\infty}\pi(t)\mathrm{e}^{-rt}\mathrm{d}t; \tag{6}$$

$$\dot{l}^d=qv-\theta l^d; \tag{7}$$

$$\pi(t)=(1-\tau)F(k^d,l^d,\tau)-rk^d-l^dw-\delta v. \tag{8}$$

设 λ_d 是劳动力需求的乘子，由标准的最优化条件得：

$$\delta=q\lambda_d; \tag{9}$$

$$r=(1-\tau)F_1; \tag{10}$$

$$\dot{\lambda}^d=(r+\theta)\lambda_d-[(1-\tau)F_2-w]. \tag{11}$$

(9)式表示厂商保留的最优空闲职位数量使在空闲职位上投入和期望收益相等；(10)式是利率表示的标准形式，即在最优条件下，利率等于资本的边际产出；在经典的增长理论中，没有类似于(11)的等式，这是因为在经典模型中，$w=(1-\tau)F_2$，所以在稳定状态时 $\lambda_d=0$。可是在本文$(1-\tau)F_2-w\neq 0$，可以看作厂商保留的空闲职位遇到失业工人时对厂商产生的收益，是对厂

商保留空闲职位的一种回报。

（三）匹配与工资决定

工作匹配的数目由一个匹配函数决定，为了简化表示，我们仍然用 l^s 和 v 表示总的希望工作的工人和空闲职位数目。整个匹配过程为：

$$M(1-l^s,v)=M_0(1-l^s)^{\alpha}v^{1-\alpha},\quad \alpha\in[0,1],\tag{12}$$

其中，M_0 是一个正常数，$1-l^s$ 是总的失业工人数。匹配函数的规模报酬不变性，除了匹配过程同生产过程极为相像外，还得到了经验数据支持（看 Pissarides，1986；Blanchard and Diamond，1989）。而 Cobb-Douglas 的匹配形式则完全是为了方便，从经济含义上讲，这并不是一种最佳的形式，但是在数学上，是一种最方便的处理形式。设 $\eta=v/(1-l^s)$，则 η 可以度量市场的紧张度，η 越小，表示劳动力市场就业形势越紧张。利用匹配函数的齐次性，每一个失业工人和空闲职位单位时间成功匹配的概率完全依赖劳动力市场的紧张度 η，

$$m=\frac{M(1-l^s,v)}{1-l^s}=M_0\eta^{1-\alpha},\quad q=\frac{M(1-l^s,v)}{v}=M_0\eta^{-\alpha}.\tag{13}$$

其中，m 是 η 的增函数，而 q 是 η 的减函数，但是 $m(1-l^s)\equiv qv$ 应该总是成立的。

一旦一个失业工人与一个空闲职位成功匹配，工人得到工资 w，家庭将得到 $wu'(c)$ 的效用增量，而厂商也将得到 $(1-\tau)F_2-w$ 的剩余。工资率是由家庭和厂商通过讨价还价得到的，讨价还价可以最大化厂商和家庭所得的乘积而得到一个纳什均衡，此纳什均衡等于解

$$\max_{\{w(t)\}}[u'(c)w]^{\lambda}[(1-\tau)F_2-w]^{1-\lambda}.$$

参数 $\lambda\in(0,1)$ 可解释为家庭的讨价还价能力，$1-\lambda$ 为厂商的讨价还价的能力。解这个纳什均衡问题可得工资如下：

$$w=\lambda(1-\tau)F_2.\tag{14}$$

当 $\lambda=1$ 时，$w=(1-\tau)F_2$，这是标准的增长理论的结果。为了补偿自己保留空闲职位的损失，厂商付给工人的工资为 $\lambda(1-\tau)F_2$，这个工资小于工人的边际生产率。因为本文不考虑休闲，所有工人的保留工资为零，因此，如果厂商具有完全的讨价还价的能力时($\lambda=0$)，工人的工资为零（得到保留工资）。如果考虑休闲（如：Shi and Wen（1997）），则工人工作的边际成本为正，则保留工资为正，此时工人的工资将为：

$$w=\lambda(1-\tau)F_2+(1-\lambda)\cdot\text{工人的边际成本}.$$

（四）搜索均衡

根据石守永（1997，1999）的均衡定义，本文的均衡定义如下：

定义 一个搜索均衡为家庭的选择$\{c(t)\}$，厂商选择$\{w(t),k^d(t)\}$，要素价格$\{r(t),w(t)\}$，利润$\pi(t)$，供求的劳动力$\{l^s(t),l^d(t)\}$和政府花费τ，满足：

1. 给定要素价格，利润和匹配率，家庭选择满足等式（1），等式（2）和等式（3）；
2. 给定要素价格和匹配率，厂商选择满足等式（6），等式（7）和等式（8）；
3. 利率r使资本市场出清：$k^s=k^d=k$；
4. $\{w(t)\}$满足等式（14）并且在劳动力市场上$l^s=l^d=l$总成立；
5. 政府预算限制$G=\tau Y$.

在均衡状态，劳动力市场不一定出清，但是$l^s=l^d=l$总是满足。

（五）动力系统与稳定状态

根据均衡状态的定义，等式（9），等式（11）和工资表达式（13），

$$\frac{\dot{\eta}}{\eta}=-\frac{1}{\alpha}\frac{\dot{q}}{q}=\frac{1}{\alpha}\frac{\dot{\lambda}}{\lambda}=\frac{1}{\alpha}\left[(1-\tau)F_1-\frac{1}{\delta}(1-\lambda)(1-\tau)F_2M_0\eta^{-\alpha}+\theta\right]. \tag{15}$$

在均衡状态下，结合等式（15），等式（2），等式（4）和资本积累方程（3），通过适当的替换，一个可以刻画模型所描述的经济系统的四维动力系统$X\equiv(c,l,k,\eta)^{\mathrm{T}}$可以得到：

$$D\begin{cases}\dot{c}=-\dfrac{u'(c)}{u''(c)}[(1-\tau)F_1-\rho];\\ \dot{l}=M_0\eta^{1-\alpha}(1-l)-\theta l;\\ \dot{k}=(1-\tau)F-\delta\eta(1-l)-c;\\ \dot{\eta}=\dfrac{\eta}{\alpha}\left[(1-\tau)F_1-\dfrac{1}{\delta}(1-\lambda)(1-\tau)F_2M_0\eta^{-\alpha}+\theta\right].\end{cases}$$

用$X^*=(c^*,l^*,k^*,\eta^*)^{\mathrm{T}}$定义系统$(D)$的均衡状态，则这个均衡状态可由下面的方程决定：

$$(1-\tau)F_1(k^*,l^*,\tau)-\rho=0; \tag{16}$$

$$M_0\eta^{*1-\alpha}(1-l^*)-\theta l^*=0; \tag{17}$$

$$(1-\tau)F(k^*,l^*,\tau)-\delta\eta^*(1-l^*)-c^*=0; \tag{18}$$

$$(1-\tau)F_1(k^*,l^*,\tau)-\frac{1}{\delta}(1-\lambda)(1-\tau)F_2(k^*,l^*,\tau)M_0\eta^{*-\alpha}+\theta=0. \tag{19}$$

分析以上方程，可以得到如下的定理：

定理 1　系统(D)存在一个唯一的正的均衡状态 X^*。

证明　因为生产函数关于资本和劳动力投入是线性齐次的，设

$$f\left(\frac{l}{k},\tau\right)=\frac{1}{k}F(k,l,\tau)=F\left(1,\frac{1}{k},\tau\right),$$

则

$$F_1(k,l,\tau)=f\left(\frac{l}{k},\tau\right)-\frac{l}{k}f_1\left(\frac{l}{k},\tau\right).$$

根据等式（16），设

$$\varphi\left(\frac{l^*}{k^*}\right)=f\left(\frac{l^*}{k^*},\tau\right)-\frac{l^*}{k^*}f_1\left(\frac{l^*}{k^*},\tau\right)=\frac{\rho}{1-\tau},$$

由生产函数 $F(k,l,\tau)$推出的 f 的性质，得出 $\varphi(0)=0,\varphi'(\cdot)>0$。因此存在一个唯一的正的 l^*/k^*，使 $\varphi(l^*/k^*)=\rho/(1-\tau)$。

因为 $F_2(k,l,\tau)=f_1(l/k,\tau)$，通过等式（19）可得一个正的 η^*。（17）式可以决定一个正的就业 l^*，结合 l^*/k^* 的表达，均衡的投资 k^* 可得。将上面所得到的 η^*、l^* 和 k^* 代入等式（18），可得均衡的消费 c^*。所以动力系统(D)存在一个唯一的正的均衡状态。□

在均衡状态下，本文可以讨论政府花费对消费，就业和资本积累的影响。这其中涉及到政府的目的问题，众所周知，一般情况下，政府重视消费者的福利并努力提高它们，然而就业往往也是政府考虑的目标之一。本文从这两个方面来讨论稳定状态下政府的目的。

如果政府的目的是就业，我们来讨论政府花费对就业的影响。从等式（17）可得：

$$\frac{\mathrm{d}l^*}{\mathrm{d}\tau}=\frac{\theta(1-\alpha)M_0\eta^{*-\alpha}}{(M_0\eta^{*1-\alpha}+\theta)^2}\frac{\mathrm{d}\eta^*}{\mathrm{d}\tau}.$$

结合等式（19）和 $f(\cdot,\cdot)$的定义：

$$\alpha\eta^{*\alpha-1}\frac{\mathrm{d}\eta^*}{\mathrm{d}\tau}=\frac{M_0(1-\lambda)}{\delta(\theta+\rho)}\left[-f_1+(1-\tau)f_{11}\frac{\mathrm{d}(l^*/k^*)}{\mathrm{d}\tau}+(1-\tau)f_{12}\right].$$

利用 $\varphi(l^*/k^*)=\rho/(1-\tau)$，

$$f_{11}\frac{\mathrm{d}(l^*/k^*)}{\mathrm{d}\tau}=\frac{k^*}{l^*}f_2-f_{12}-\frac{k^*}{l^*}\frac{\rho}{(1-\tau)^2}.$$

因此，

$$\frac{\mathrm{d}l^*}{\mathrm{d}\tau}=\frac{\theta(1-\alpha)[M_0\eta^{*-\alpha}]^2}{\alpha\delta(\theta+\rho)(M_0\eta^{*1-\alpha}+\theta)^2}\frac{k^*}{l^*}\left[(1-\tau)f_2-\frac{l^*}{k^*}f_1-\frac{\rho}{1-\tau}\right]$$

$$\triangleq\xi\left[(1-\tau)f_2-\frac{l^*}{k^*}f_1-\frac{\rho}{1-\tau}\right],$$

其中，“$\triangleq$”表示“定义”，很显然$\xi>0$。

上式表示政府花费对就业的影响可以分为两个方面：第一种影响为正，由$(1-\tau)f_2$表示；这个影响显示了政府花费的公共投资品的增加，提高了厂商的回报，刺激了厂商的扩大再生产。因为在我们的模型中，劳动力市场存在摩擦，所以厂商不能按需得到工人，为了得到足够多的工人进行扩大再生产，厂商增加空闲职位的数目，提高了工人寻找工作时的匹配率，因此提高了就业率。第二种影响为负，由$-l^*f_1/k^*-\rho/(1-\tau)$度量，这是由于政府花费最终是来源于政府对厂商的税收，所以减少了厂商的收入，因此减少了厂商保留空闲职位的价值，因此厂商将减少空闲职位的数目，这种行为降低了劳动力市场的匹配率，因此降低了就业率。当前一种效用大于后一种效用时，厂商扩大生产规模，提高了就业率，反之降低了就业率。

当生产函数为Cobb-Douglas形式$F(k,l,\tau)=Ak^{\beta}l^{1-\beta}\tau^{\gamma}$时，则$f(l/k,\tau)=A(l/k)^{1-\beta}\tau^{\gamma}$，所以

$$\frac{\mathrm{d}l^*}{\mathrm{d}\tau}=\xi A\left(\frac{l^*}{k^*}\right)^{1-\beta}\tau^{\gamma-1}(1+\gamma)\left[\frac{\gamma}{1+\gamma}-\tau\right].$$

因此，存在$\tau^*=\gamma/(1+\gamma)$，当$\tau<\tau^*$时，政府花费的公共投资品的影响大于对厂商收入的减少，$\mathrm{d}l^*/\mathrm{d}\tau>0$，即就业率增加；当$\tau>\tau^*$时，政府花费的公共投资品的影响小于对厂商收入的减少，$\mathrm{d}l^*/\mathrm{d}\tau<0$，就业率降低。也就是说，此时存在一个最优的政府花费$g=\tau^*$。从最优的政府花费表达式得到，政府花费完全由γ决定，而γ表示生产性政府花费对生产的弹性，即对生产的贡献，所以政府花费对生产的贡献越大，稳定状态的最优政府花费越大。

通过适当变换，稳定状态下的消费可表示为：

$$\begin{aligned}c^*&=(1-\tau)F(k^*,l^*,\tau)-\delta\eta^*(1-l^*)\\&=(1-\tau)F(k^*,l^*,\tau)\left[1-\frac{\theta(1-\lambda)}{\theta+\rho}\varepsilon_{l,F}\right],\end{aligned}\tag{20}$$

其中，$\varepsilon_{l,F}=lF_2/F$定义为劳动力投入对生产的弹性，设

$$\phi=\frac{\theta(1-\lambda)}{\theta+\rho}\varepsilon_{l,F},$$

则ϕ为代表性家庭的储蓄率，对应的$1-\phi$为消费率。因此储蓄率与劳动力的生产弹性$\varepsilon_{l,F}$和失业风险θ正相关；与家庭的讨价还价的能力λ和时间的偏好ρ负相关。

θ 可以度量失业的风险，而储蓄对家庭的风险具有“减压”作用，所以失业的风险越大，家庭为了保证消费不至于大起大落而增加储蓄；$\varepsilon_{l,F}$ 表示劳动对生产的贡献，在讨价还价能力和税收不变的前提下，更大的弹性意味着家庭更高的收入，此时家庭的储蓄率更高；λ 是劳动力市场上家庭的讨价还价的能力，当生产率和税收给定时，更大的讨价还价能力意味着更高的收入，但是与我们的直观相反，这种因素所引起的高收入却导致了储蓄率的下降；ρ 可以度量家庭对未来消费的偏好，更大的 ρ 表示家庭更重视当前的消费，这引起储蓄率的下降。

如果稳定状态的劳动力的生产弹性 $\varepsilon_{l,F}$ 与生产性政府花费无关（比如对 Cobb-Douglas 的生产函数形式），从等式（20）可得：

$$\frac{\mathrm{d}c^*}{\mathrm{d}\tau}=\left[\frac{1}{\varepsilon_{l,F}}-\frac{\theta(1-\lambda)}{\theta+\rho}\right]\left[k^*+\xi(1-\tau)f_1\right]\left[(1-\tau)f_2-\frac{l^*}{k^*}f_1-\frac{\rho}{1-\tau}\right].$$

由于在我们的模型中，生产关于资本于劳动力的投入是齐次的（即关于二者的生产弹性和为 1），同时 $\theta,\lambda\in[0,1]$，$\rho>0$，所以 $1/\varepsilon_{l,F}-\theta(1-\lambda)/(\theta+\rho)>0$，因此政府花费对家庭消费的影响也类似于对就业的影响：第一种影响为正，也由 $(1-\tau)f_2$ 表示；这个影响显示了政府花费的公共投资品的增加，提高了就业率及就业工人的工资，因此增加了家庭的收入，导致家庭消费的提高。第二种影响为负，同样由 $-l^*f_1/k^*-\rho/(1-\tau)$ 度量，这是由于政府花费最终是来源于政府对厂商的税收，所以减少了厂商的收入，最终影响到工人的工资，因此减少家庭的就业、收入及消费。同样，当前一种效用大于后一种效用时，政府花费的提高提高了消费，反之降低消费。

因此，由右边最后一项得出政府花费对消费产生的影响与就业一样，最优的政府花费也相同。总之，如果生产函数是 Cobb-Douglas 形式，不管政府的目标是就业还是消费，用生产性政府花费来调节时，是不会矛盾的。

（六）动态分析

下面讨论系统 (D) 的局部动态性质，目的是考察系统均衡点的稳定性情况。为了达到这个目的，对系统 (D) 在均衡状态周围进行线性化：

$$\dot{X}=J\cdot(X-X^*),$$

其中，J 是一个 4×4 的 Jacobian 矩阵：

$$J=\begin{pmatrix} 0 & -\dfrac{u'(c^*)}{u''(c^*)}(1-\tau)F_{12}^* & -\dfrac{u'(c^*)}{u''(c^*)}(1-\tau)F_{11}^* & 0 \\ 0 & -(M_0\eta^{*1-\alpha}+\theta) & 0 & M_0(1-\alpha)\eta^{*-\alpha}(1-l^*) \\ -1 & (1-\tau)F_2^*+\delta\eta^* & \rho & -\delta(1-l^*) \\ 0 & \dfrac{\eta^*}{\alpha}[(1-\tau)F_{12}^*-j_4F_{22}^*] & \dfrac{\eta^*}{\alpha}[(1-\tau)F_{11}^*-j_4F_{12}^*] & \theta+\rho \end{pmatrix}.$$

其中，$j_4=(1-\lambda)(1-\tau)M_0\eta^{*-\alpha}/\delta$。分析上面矩阵，可得系统的局部动态性质如下：

定理 2 当$(1-\lambda)(\rho+2\theta)>(1-\alpha)(\theta+\rho)$时，四维动力系统$(D)$存在一个稳定的二维流形[1]。

证明 因为生产函数关于资本与劳动投入是线性齐次的，所以

$$\begin{vmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{vmatrix} = 0.$$

利用以上关系，Jacobian 矩阵的行列式可得：

$$\det(J) = (1-\tau)(\theta+\rho)\frac{F_{11}^{*}u'(c^{*})}{u''(c^{*})}(M_0\eta^{*1-\alpha}+\theta) > 0.$$

所以特征根有如下情况：(1) 所有根为负；(2) 所有根为正；(3) 有两正两负特征根；(4) 有两对共轭复根；(5) 有两个同号实根和一对共轭复根。

为了得到更精细的结果，我们分析 Jacobian 矩阵的特征函数 $\psi(\zeta)=\det(\zeta I-J)\$$，则 $\psi(0)=\det(J)>0$。由于

$$\begin{aligned}\psi(-M_0\eta^{*1-\alpha}-\theta) =& -\frac{1}{\alpha}\theta(1-\alpha)l^{*}(M_0\eta^{*1-\alpha}+\theta)\\ &\cdot\{[(1-\tau)F_2^{*}+\delta\eta^{*}][-(1-\tau)F_{11}^{*}+j_4F_{12}^{*}]\\ &+[M_0\eta^{*1-\alpha}+\theta+\rho][(1-\tau)F_{12}^{*}-j_4F_{22}^{*}]\}<0;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\psi(\theta+\rho) =& -\frac{\eta^{*}(\theta+\rho)(1-l^{*})}{\alpha}\{\theta M_0(1-\alpha)\eta^{*-\alpha}[(1-\tau)F_{12}^{*}-j_4F_{22}^{*}]\\ &-[(1-\tau)F_{11}^{*}-j_4F_{12}^{*}]\cdot\frac{\delta}{1-\lambda}[\alpha(1-\lambda)M_0\eta^{*1-\alpha}\\ &+(1-\lambda)(\rho+2\theta)-(1-\alpha)(\theta+\rho)]\}<0.\end{aligned}$$

所以当$(1-\lambda)(\rho+2\theta)>(1-\alpha)(\theta+\rho)$时，Jacobian 矩阵至少有一个负的和一个正的实根，所以以上情况中，只有方程 (3) 满足，所以 Jacobian 矩阵有两正两负的特征根，因此动力系统(D)存在一个稳定的二维流形。□

由于消费家庭及厂商是理性的，这保证他们消费水平及对空闲选择一定位于这个二维稳定流形上，否则横截性条件将不能得到满足。因为二维的稳定流形在此处是一个稳定的二维曲面，所以这个定理说明，当此系统的初始状态位于这个稳定的二维曲面上时，经济将自动地趋于稳定状态。关于定理成

[1] 一个稳定的二维流形就是说动力系统 Jacobian 矩阵有两个负实部，其余都是正实部的特征根。在经济中的含义是存在一个二维的稳定曲面，经济系统在这个曲面上达到稳定状态。类似于二维的 Ramsey 模型中的鞍轨稳定。

立的条件$(1-\lambda)(\rho+2\theta)>(1-\alpha)(\theta+\rho)$，根据 Hosios (1990)，当劳动力市场上失业劳动者与空闲职位的匹配是有效时，有 $\alpha=\lambda$，也就是说，当工人的讨价还价的能力与他对匹配市场的贡献相一致时，匹配才是有效的。所以当匹配的有效性满足时，定理的条件自然满足。

三、结论评述

本文在将搜索理论与增长理论结合的基础上引入政府花费，结合理论的优势使我们可以同时消费和就业。我们的主要贡献是，用一般的生产和效用函数，并将生产性政府花费引入生产来讨论此花费对消费与就业的影响。文章证明，在极其一般的条件下，经济系统存在唯一的均衡状态。在均衡状态下，如果生产函数的形式为 Cobb-Douglas 的，则政府花费对消费和就业的影响是相同的，最优消费只与生产性政府花费对生产的贡献有关。当劳动力市场上失业工人与空闲职位的匹配是有效时，表示模型所述的经济系统的四维动力系统存在一个二维的稳定流形。在这个稳定流形（稳定曲面）上，经济处于稳定状态，可以自动收敛到均衡值。在均衡状态下，政府花费对就业的影响可以分为两个方面：第一种影响为正，这个影响显示了政府花费的公共投资品的增加，提高了厂商的回报，刺激了厂商的扩大再生产。因为在我们的模型中，劳动力市场存在摩擦，所以厂商不能按需得到工人，为了得到足够多的工人进行扩大再生产，厂商增加空闲职位的数目，提高了工人寻找工作时的匹配率，因此提高了就业率。第二种影响为负，这是由于政府花费最终是来源于政府对厂商的税收，所以减少了厂商的收入，因此减少了厂商保留空闲职位的价值，因此厂商将减少空闲职位的数目，这种行为降低了劳动力市场的匹配率，因此降低了就业率。当前一种效用大于后一种效用时，厂商扩大生产规模，提高了就业率，反之降低了就业率。对于消费同样具有两种相反的影响。

生产性政府花费对发展中国家更加具有现实意义，因为基础设施不健全，往往成为经济发展的瓶颈，而生产性政府花费的一个主要用途就是进行基础设施建设，这时候生产性政府花费对生产的贡献将变得更大，即本文中的 γ 较大，这时候最优税收将比较高。

本文对就业问题也有重要的现实意义，众所周知，当前我国的就业形势比较严峻，所以在制定经济发展计划时，不但要考虑提高消费者的生活水平（消费），因为高失业率自然会引起较高的社会成本，所有就业率也是重要的考虑之一。本文证明，如果利用税收（目的是为生产性政府花费筹措资金）来调节消费者福利（消费）和就业率，那么这两个目的是一致的。

参 考 文 献

[1] Barro, R. J., "Government Spending in a Simple Model of Endogenous Growth", *Journal of Political Economic*, 1990, 98(5), 103—125.

[2] Barro, R. J., Xavier Sala-i-Martin, "Public Finance in Models of Economic Growth", *Review of Economic Studies*, 1992, 59(4), 645—661.

[3] Blanchard, O. J., and P. A. Diamond, "The Beveridge curve", *Brookings Papers on Economic Activity*, 1989, 1(1), 1—60.

[4] Devarajan, S., V. Swaroop, H. Zou, "The composition of Public Expenditure and Economic Growth", *Journal of Monetary Economics*, 1996, 37(2—3), 313—344.

[5] Hosios, A., "On the Efficiency of Matching and Related Models of Search Unemployment", *Review of Economic studies*, 1990, 57(2), 279—298.

[6] Merz, M., "Search in the Labor Market and the Real Business Cycle", *Journal of Monetary Economics*, 1995, 36(2), 269—300.

[7] Pissarides, C. A., "Unemployment and Vacancies in Britain", *Economic Policy*, 1986, 3, 499—559.

[8] Postel-Vinay, P., "Transitional Dynamics of the Search Model with Endogenous Growth", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 1998, 22(7), 1091—1115.

[9] Samuelson, P., "Theory of Optimal Taxation", *Journal of Public Economics*, 1986, 30(2), 137—143.

[10] Shi, S., and Wen Q., "Labor Market Search and Capital Accumulation: Some Analytical Results", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 1997, 21(10), 1747—1776.

[11] Shi, S., and Wen, Q., "Labor Market Search and the Dynamic Effects of Taxes and Subsidies", *Journal of Monetary Economics*, 1999, 43(2), 457—495.

Search, Government Expenditure and Unemployment

FUKE WU

(*Huazhong University*)

XIANCHU ZENG

(*Huazhong University and Hubei University*)

SHIGENG HU

(*Hubei University*)

Abstract This paper integrates the search model of unemployment into a dynamic model of economic growth with government expenditure and examines government expenditure's effects on employment and consumption. Using general production and utility functions, we prove that there exists a unique equilibrium in the system. When the match between the unemployed and the vacant positions is efficient, the economic system described by a four-dimensional differential equation system has a stable two-dimensional manifold.

JEL Classification E20, H21, J60