第 9 卷第 4 期　　经 济 学（季 刊）　　Vol. 9, No. 4
2010 年 7 月　　China Economic Quarterly　　July, 2010

产品多样性与企业区位选择

张剑虎　李长英*

摘　要　在一个"线性城市"市场中有两个企业，每个企业生产两种产品，且每个企业在其中一种产品上具有垄断力量，而在另外一种产品上与其他企业竞争。本文讨论这个市场上企业的最优选址问题，研究表明，企业选址与垄断类消费者和竞争类消费者的比例有关。当垄断类消费者的比例足够大时，企业选择集聚；当竞争类消费者的比例足够小时，企业选择尽可能远离对方；当二者数量相差不大时，企业将选择中间状态。与社会最优选址相比，两个企业之间的距离既可能过远也可能过近。

关键词　多产品，企业选址，企业聚集

一、引　　言

目前，产品多样化是一种非常普遍的经济现象。例如，海尔集团公司同时生产多种产品，诸如冰箱、空调、洗衣机、电视机、手机以及厨房用品，等等；长虹集团公司也同时生产电视机、DVD、微波炉等产品。当某个企业生产多种产品时，其每种产品的竞争力（或垄断程度）往往不同。也就是说，某个企业对于某些产品可能具有很强的竞争优势，然而对于另外一些产品却可能竞争优势并不明显。比如，微软公司在计算机操作系统领域具有超强的竞争力，XP 和 Vista 的市场占有率超过 90%[1]，但其在搜索引擎、数据库等领域的竞争力就较弱。

虽然一个企业的所有的产品未必都具有竞争优势，但是由于存在运输成本及消费者偏好差异，所以企业可以通过精选地理位置或优化产品定位来扬长避短，从而缓解市场竞争以最大化自己的利润。首先，正确的企业选址是许多企业成功的关键。例如，快餐巨头麦当劳、肯德基因其精于选址而稳居

* 张剑虎，南开大学经济研究所；李长英，南开大学经济研究所、南开大学跨国公司研究中心。通信作者及地址：张剑虎，天津市卫津路 94 号南大西区公寓 9C-9-101 室，300071；电话：13672136250；E-mail：jianhu2528785@mail.nankai.edu.cn。作者感谢教育部新世纪优秀人才支持计划（NCET-07-0449）、教育部人文社会科学重点研究基地项目（07JJD790137）以及教育部哲学社会科学研究重大课题攻关项目（编号：09JZD0018）的资助，衷心感谢《经济学（季刊）》匿名审稿人对本文的建设性建议和评论。文责作者自负。

[1] http://os.yesky.com/272/8207772.shtml。

快餐业榜首[2]，娱乐巨头迪士尼也因其独特的选址策略而一直受到媒体的追捧[3]，美国克罗格（Kroger）公司为新店面开设制定了严格的选址策略。[4] 其次，准确的产品定位也关乎企业的生死存亡。例如，江中健胃消食片因为定位于"日常助消化用药"，避开了与强劲竞争对手吗丁啉的正面竞争，从而取得了巨大的成功[5]；相反，曾在北京风靡一时的心想饮料因为产品定位失误而昙花一现。[6,7]

鉴于多产品企业的普遍性和企业选址问题的重要性，本文旨在研究以下问题：如果企业生产多种产品，并且在部分产品上具有很强的竞争优势，在另外一些产品上竞争优势并不明显，那么企业应该如何选址？为了分析这个问题，本文建立了一个经济学模型，其中两个企业分别生产两种产品，每个企业对一种产品构成垄断，对另外一种产品相互进行价格竞争[8]，我们研究了企业的选址问题。分析表明：当垄断类产品的消费者比较多时，企业会选择集聚；当竞争类产品的消费者比较多时，企业会选择尽可能地远离对方；当二者数量相差不大时，企业会选择中间位置。与社会最优选址相比，均衡选址既可能较远，也可能较近，或者与其一致。

自从 Hotelling (1929) 在其经典论文中证明了企业的集聚现象之后，很多学者开始从各个角度来验证该结论的正确性。第一类研究倾向于否定 Hotelling (1929) 的结论。在价格竞争条件下，D'Aspremont *et al*. (1979) 指出企业不可能出现集聚；Neven (1985) 甚至发现企业将尽可能远离对方。但是，第二类研究倾向于肯定 Hotelling (1929) 的结论 (Hamilton *et al*. 1989; Anderson and Neven, 1991; Irmen and Thisse, 1998)。第三类研究表明，企业的均衡选址不确定。比如，Economides (1986) 认为，均衡选址依赖于运输成本函数的凸性，在一定的参数范围内，集聚与远离之间的各种位置都可能是均衡的。Mai and Peng (1999) 指出，当企业之间的信息交流与企业位置有关时，企业集聚与远离之间的各种状态都可能出现。基于一个双边垄断模型，Brekke and Straume (2004) 认为，均衡选址与上下游企业讨价还价的能力有关。考虑到企业边际成本的不确定性，Matsushima and Matsumura (2005) 指出，如果不确定性很大，那么企业会集聚；如果不确定性较小，那么企业会远离对方。Li (2006) 分析了混合寡头条件下多商店企业的选址问

---

[2] http://guide.ppsj.com.cn/art/1447/kmdlkdjdcgxzjz/。

[3] http://info.ppsj.com.cn/art/1458/shdsndxzrrsgmdsnzzdwzss/。

[4] http://guide.ppsj.com.cn/art/4218/15755339/。

[5] http://www.chengmei-trout.com/achieve-5.asp。

[6] http://www.xinxian.cc/newsinfo-4623.html。

[7] 虽然我们这里主要强调了选址的重要性，但实际上这些企业都生产多种产品，比如江中健胃消食片的生产者同时生产复方草珊瑚含片、江中亮嗓、可纯咀嚼片、初元复合氨基酸营养液等；而美国克罗格公司主要在美国经营零售业，也是多产品销售企业。因此，这些企业的选址策略实际上也考虑了多产品因素的影响。

[8] 这里的假设主要是为了反映企业对于不同的产品其竞争优势不同。

题，他发现企业既可能会集聚也可能会远离。Liang and Mai（2006）讨论了存在着纵向转包合同（vertical subcontracting）时企业的选址问题，结果发现，当所转包的中间产品与最终产品的单位运输成本相差很大时，企业会出现聚集，反之，企业会相互远离。虽然上述研究颇有价值，但是它们都没有分析产品的多样性问题，本文的研究正是试图弥补这一不足。[9]

本文的结构安排如下：第二部分给出了模型的基本框架。第三部分讨论了社会最优选址问题。第四部分求解模型的均衡结果，并与社会最优选址进行比较。最后一部分是结束语。

二、模　　型

在一个长度为 1 的线性城市上（Hotelling，1929；D'Aspremont *et al.*，1979），存在着两个追求利润最大化的企业，分别记为企业 1 和企业 2。企业 i 的位置是 $y_i\in[0,1](i=1,2)$，不失一般性，我们假设 $y_1\leqslant y_2$。消费者均匀地分布在城市所处的区间内，假设每个消费者只购买一件商品，并且从中获得的总效用为 S，为保证每个消费者都购买商品，我们假设 S 足够大。[10] 这样，不管企业如何选址，整个市场都会被覆盖，即每个消费者均购买商品。对于一个位于 $x\in[0,1]$的消费者，其从企业 i 购买商品时的交通成本为 $t(x-y_i)^2$。交通成本函数采用二次函数形式，一方面是为了保证均衡的存在性（D'Aspremont *et al.*，1979；Economides，1986）；另一方面，如果把交通成本理解为消费者因没有购买到自己合意的产品而造成的效用损失，那么损失的幅度应该随着产品差异化的增加而增加，因此二次成本函数就是一个合理的假设（Neven，1985）。

为了分析本文的问题，我们做如下假设[11]：

假设　对于线性城市上的任何一点 $x\in[0,1]$，有比例为 $b\geqslant0$ 的消费者从两个企业之一购买产品，有比例为 $c\geqslant0$ 的消费者只从企业 1 购买产品，也有比例为 c 的消费者只从企业 2 购买产品，这些比例为 c 的消费者也可看做是两个企业的忠实消费者，并且 $b+2c=1$。

上述假设可以这样来解释：企业 1 和 2 在生产一种同质产品的同时，也各自生产一种异质产品，对于同质产品，消费者可以从任何一个企业购买，但对于异质产品，他们只能到其中一个企业去购买。因此对于比例为 b 的消费者，两个企业具有竞争关系，而对于另外一部分消费者，两个企业分别具

[9] 尽管 Braid (2008)讨论过该问题，但是其研究假设企业能够进行完全价格歧视，然而，这种假设并不现实。

[10] 实际上 $S\geqslant3t$ 即可。

[11] Braid(1999，2006，2008)采用了类似的假设。

有垄断力量。

本文的博弈顺序如下:在第一阶段,两个企业分别选择自己的位置;在第二阶段,两个企业进行价格竞争。我们采用倒推法求解模型的均衡。为了简化分析,我们假设两个企业生产每种产品的边际成本均为常数且都被假定为零。对于垄断类产品的情形,我们首先给出如下引理:

引理 1 当企业 $i=\{1,2\}$ 选址 y_i 时,其对垄断类产品的定价为 $p_i=S-t\cdot\max\{(1-y_i)^2,y_i^2\}$。

证明 见附录 1。

引理 1 说明,对于垄断类产品,当企业不能够进行价格歧视时,产品价格应该等于距离企业最远的消费者的保留价格。下面我们来解释其经济学含义。显然,市场价格和需求共同影响企业从此类产品获得的利润。当企业选择较高的产品价格时,只有距离较近的消费者才会购买产品,因此总需求较小;当企业选择较低的产品价格时,距离企业最远的消费者也会购买产品,因此总需求较大。企业的目的就是要选择适当的价格以平衡二者之间的冲突,并达到利润最大化。但是当消费者从产品中获得的总效用足够大时,即使是距离企业最远的消费者其保留价格也非常高,也就是说,企业可以从中获得更多的利润,此时,市场价格应该等于最远处消费者的保留价格。

三、社会最优选址

作为比较的基准,我们首先讨论社会最优选址问题。由于整个市场被覆盖,且消费者需求无弹性,所以社会福利最大化就相当于社会总成本最小化。对于给定的企业选址 y_1 和 y_2,有比例为 c 的消费者只从企业 1 购买产品,其总的交通成本为

$$c\int_0^1 t(y-y_1)^2\mathrm{d}y,$$

同样对于只从企业 2 购买产品的消费者,其总的交通成本为

$$c\int_0^1 t(y-y_2)^2\mathrm{d}y,$$

然而,对于剩下的一部分消费者,他们从距离自己最近的企业购买产品,其总的交通成本为

$$b\left[\int_0^{\frac{y_1+y_2}{2}} t(y-y_1)^2\mathrm{d}y+\int_{\frac{y_1+y_2}{2}}^1 t(y-y_2)^2\mathrm{d}y\right].$$

这样社会总的成本为

$$T=c\int_0^1 t(y-y_1)^2\mathrm{d}y+c\int_0^1 t(y-y_2)^2\mathrm{d}y+b\left[\int_0^{\frac{y_1+y_2}{2}} t(y-y_1)^2\mathrm{d}y+\int_{\frac{y_1+y_2}{2}}^1 t(y-y_2)^2\mathrm{d}y\right].$$

一阶条件为

$$\frac{\partial T}{\partial y_1}=\frac{t}{4}[c(8y_1-4)+b(3y_1-y_2)(y_1+y_2)]=0,$$

$$\frac{\partial T}{\partial y_2}=\frac{t}{4}[c(8y_2-4)+b(2+y_1-3y_2)(y_1+y_2-2)]=0.$$

容易求得

$$y_1=\frac{b+4c}{4(b+2c)}\in\left[\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right],\quad y_2=\frac{3b+4c}{4b+8c}\in\left[\frac{1}{2},\frac{3}{4}\right].$$

不难验证二阶条件成立。

命题 1　如果每个企业生产两种产品，并且只对一种产品具有垄断力量，而对另外一种产品相互竞争，那么社会最优选址为 $y_1^s=\dfrac{b+4c}{4(b+2c)}\in\left[\dfrac{1}{4},\dfrac{1}{2}\right]$和 $y_2^s=\dfrac{3b+4c}{4(b+2c)}\in\left[\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{4}\right]$。

我们解释命题 1 的经济学含义。对于比例为 b 的消费者，他们对于两个企业的产品没有太大的偏好差异，因此他们会选择到距离自己最近的企业购买产品，这样为达到总成本最小化，两个企业的社会最优选址应该为$\dfrac{1}{4}$和$\dfrac{3}{4}$。对于比例为 $2c$ 的消费者，由于他们只能从其偏好的企业那里购买产品，因此为最小化这一部分消费者的运输成本，社会最优的企业选址应该是市场的中点。这样，对于两类不同的消费者而言，企业的社会最优选址显然不同，因此，社会最优的企业选址应该平衡二者之间的不一致性。也就是说，社会最优的企业选址应该满足 $y_1^s\in\left[\dfrac{1}{4},\dfrac{1}{2}\right]$和 $y_2^s\in\left[\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{4}\right]$。实际上，当 $b=1$ 和 $c=0$ 时，两个企业生产完全相同的产品，社会最优选址变为$\left(\dfrac{1}{4},\dfrac{3}{4}\right)$；当 $b=0$ 和 $c=\dfrac{1}{2}$时，两个企业生产完全不同的产品，且对各自的产品形成了垄断，社会最优选址则为$\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right)$；然而，当 $b>0$ 和 $c>0$ 时，企业同时生产两种产品，一种是同质产品，另外一种是异质产品，此时社会最优的选址应该介于上述两种情况之间。

四、均衡结果

上面我们讨论了社会最优选址问题，这一部分我们讨论模型的均衡结果。

（一）价格竞争

在第二阶段，给定企业的位置，两个企业进行价格竞争。我们首先讨论企业的利润构成，企业的利润来源于两个部分：第一部分来自于自己的忠实消费者（比例为 c）；第二部分来自于自己的竞争性消费者（比例为 b）。由引理 1 可知，两个企业来自于其忠实消费者的利润分别是

$$\pi_{11} = c[S - t \cdot \max\{(1-y_1)^2, y_1^2\}],$$
$$\pi_{21} = c[S - t \cdot \max\{(1-y_2)^2, y_2^2\}].$$

然而，对于比例为 b 的竞争性消费者，容易解得边际消费者所处的位置为

$$x = \frac{y_1 + y_2}{2} + \frac{(p_2 - p_1)}{2t(y_2 - y_1)}. \tag{1}$$

因此对于同质产品，两个企业的需求函数分别为

$$D_1 = \min\{\max(0, x), 1\}, \tag{2}$$
$$D_2 = 1 - \min\{\max(0, x), 1\}. \tag{3}$$

这样，来自于竞争性消费者的利润函数为

$$\pi_{12} = bp_1 D_1, \quad \pi_{22} = bp_2 D_2. \tag{4}$$

引理 2 给定企业的选址，对于竞争类消费者，均衡市场价格和企业所获得的利润分别为

$$p_1 = \frac{t(y_2^2 + 2y_2 - 2y_1 - y_1^2)}{3}, \quad p_2 = \frac{t(y_1^2 - 4y_1 + 4y_2 - y_2^2)}{3}; \tag{5}$$

$$\pi_{12} = b\frac{t(y_2 - y_1)(y_1 + y_2 + 2)^2}{18}, \quad \pi_{22} = b\frac{t(y_2 - y_1)(y_1 + y_2 - 4)^2}{18}. \tag{6}$$

证明 见附录 2。

于是，当企业选址给定时，两个企业的总利润分别为

$$\pi_1(y_1, y_2) = \pi_{11} + \pi_{12} = c[S - t \cdot \max\{(1-y_1)^2, y_1^2\}] + b\frac{t(y_2 - y_1)(y_1 + y_2 + 2)^2}{18}, \tag{7}$$

$$\pi_2(y_1, y_2) = \pi_{21} + \pi_{22} = c[S - t \cdot \max\{(1-y_2)^2, y_2^2\}] + b\frac{t(y_2 - y_1)(y_1 + y_2 - 4)^2}{18}. \tag{8}$$

（二）选址竞争

在这一阶段，企业 i 在充分考虑选址对于随后价格竞争影响的情况下，选择自己的最优位置 y_i，$i=1,2$。对此我们可以得到如下命题：

命题 2　如果企业生产两种产品，并且对其中一种产品形成垄断，对另外一种产品相互竞争，那么有

（1）当 $12c\leqslant b\leqslant 1$ 时，企业的均衡选址为 $y_1^c=0$ 和 $y_2^c=1$；

（2）当 $2c<b<12c$ 时，企业的位置为 $y_1^c=\dfrac{12c-b}{4(b+3c)}\in\left[0,\dfrac{1}{2}\right]$和 $y_2^c=\dfrac{5b}{4(b+3c)}\in\left[\dfrac{1}{2},1\right]$；

（3）当 $0\leqslant b\leqslant 2c$ 时，企业的最优选址为 $y_1^c=\dfrac{1}{2}$和 $y_2^c=\dfrac{1}{2}$。

证明　见附录 3。

可见，随着参数取值范围的变化，不同的均衡选址策略都会出现，这和 Braid（2008）的结论迥然不同。在假设企业可以进行完全价格歧视的条件下，Braid（2008）发现，企业的均衡选址始终与社会最优选址相同；然而，我们的研究表明，如果企业不能够进行价格歧视，那么企业的均衡选址与社会最优选址却会不同。

下面我们来解释命题 2 的经济学含义。为此，我们分析两类消费者对于企业选址动机的影响。首先，考虑企业忠实消费者的影响。由引理 1、2 可知，因为消费者从产品中所获得的剩余足够大，所以企业将选择价格等于边界消费者（距离企业最远的消费者）的保留价格，并覆盖整个市场，因此选择市场中点时企业利润最大，我们称这部分消费者对企业选址动机的影响为**垄断效应**。其次，考虑企业竞争性消费者的影响。因为两个企业对于此类消费者具有竞争关系，所以每个企业可以通过降低价格来获取更多的市场份额，此时有两个因素影响着企业的位置选择，即**竞争效应**和**市场份额效应**：一方面企业有动机向市场边界移动，以远离对方，从而缓解市场竞争；另一方面企业也有动机向市场中间移动，以获得更大的市场份额。当交通成本函数为二次函数时，竞争效应强于市场份额效应（D'Aspremont *et al.*，1979；Neven，1985），企业将选择远离对方的策略，因此我们称这部分消费者对企业选址动机的影响为**分离效应**。于是，企业的均衡选址由垄断效应和分离效应共同决定，当竞争类消费者数量较多时，分离效应要强于垄断效应，企业将选择远离对方的位置；然而，当忠实消费者数量较多时，垄断效应要强于分离效应，企业将选择位于市场中点；当两类消费者数量相差不是很大时，这两种效应的共同作用将促使企业选择市场的中间位置。

比较命题 1 和命题 2，我们可以得到企业均衡位置和社会最优位置之间的

关系。

命题 3 （1）当$\frac{b}{c}<\frac{1}{4}(\sqrt{105}+3)\approx 3.312$时，相对于社会最优位置而言，均衡位置相距较近；

（2）当$\frac{b}{c}=\frac{1}{4}(\sqrt{105}+3)$时，企业的均衡位置与社会最优位置重合；

（3）当$\frac{b}{c}>\frac{1}{4}(\sqrt{105}+3)$时，相对于社会最优位置而言，企业的均衡位置相距较远。

证明 见附录 4。

可见，随着参数取值范围的变化，相对于社会最优选址来说，企业的最优位置既可能较近也可能较远，还可能重合。为了解释命题 3 的经济学含义，我们考虑三种情况：第一，如果相对于忠实消费者的人数而言，竞争类消费者的人数很少，那么社会最优的企业位置应该是适度分离，这样虽然会增加忠实消费者的交通成本，但是却会节省竞争类消费者的交通成本，从而最小化社会总成本。但是，对于企业来说，因为竞争类消费者的人数很少，其主要利润来自于忠实类消费者的消费行为，所以企业没有动机选择分离；相反，企业将会集聚在一起。因此，相对于社会最优选址来说，企业之间相距更近。第二，如果竞争类消费者的人数较多，那么该类消费者的消费行为对于企业的利润构成影响很大，此时为了缓和市场竞争并兼顾忠实类消费者的反应，企业会适当远离对方，在某些特殊情况下（命题 3 中的情况 2），企业的选址与社会最优选址恰好相同。第三，如果竞争类消费者的人数很多且忠实类消费者的人数很少，那么社会最优的企业位置接近$\left(\frac{1}{4},\frac{3}{4}\right)$，但是由于企业缓和竞争的动力很强，所以企业的最优位置靠近$(0,1)$。在极端情况下，如果市场上只有竞争类消费者($b>0$ 和 $c=0$)，那么企业将选择尽可能地远离对方，即 $y_1=0$ 和 $y_2=1$；然而，社会最优选址为 $y_1=\frac{1}{4}$和 $y_2=\frac{3}{4}$。因此相对于社会最优位置而言，企业的均衡位置相距较远。

五、结　束　语

本文主要讨论了产品多样化对企业位置选择的影响。为此，我们假设市场上存在着两个企业，每个企业可以生产两种产品，并且每个企业对其中一种产品构成垄断，对另外一种产品相互竞争，我们讨论了企业的均衡选址和社会的最优选址问题。研究结果表明，当垄断类（或忠实类）消费者比例很高时，企业会选择集聚策略；当竞争类消费者比例很高时，企业会选择尽量

远离对方的策略；当二者数量相差不是很大时，企业会选择中间状态；与社会最优选址相比，企业的均衡选址既可能较远也可能较近，还可能重合。

虽然本文讨论的是产品多样性对于企业位置选择的影响，但是，我们的结论也适用于其他方面的解释。比如，我们可以假设两个企业分别生产一种产品，但是这两种产品不可以完全替代，此时如果一部分消费者各自对其中一种产品情有独钟，而另外一部分消费者对两种产品没有太大偏好，那么本文的分析就完全适用于这两个企业的位置选择问题。

附录 1　引理 1 的证明

情形 1　$y_i \leqslant \frac{1}{2}$。首先我们给出企业 i 的需求曲线

$$D(p_i) = \begin{cases} 0, & p_i > S, \\ 2\sqrt{\dfrac{S-p_i}{t}}, & S - ty_i^2 < p_i \leqslant S, \\ y_i + \sqrt{\dfrac{S-p_i}{t}}, & S - t(1-y_i)^2 < p_i \leqslant S - ty_i^2, \\ 1, & p_i \leqslant S - t(1-y_i)^2. \end{cases}$$

利润函数为

$$\pi(p_i) = p_i D(p_i).$$

显然，利润函数是 p_i 的连续函数。

(1) 当 $S - ty_i^2 < p_i \leqslant S$ 时，

$$\frac{\partial \pi}{\partial p_i} = \frac{2S - 3p_i}{\sqrt{t(S-p_i)}},$$

因为 $2S - 3p_i \leqslant 2S - 3p_i |_{p_i = S - ty_i^2} = 3ty_i^2 - S \leqslant \frac{3t - 4S}{4} \leqslant 0$，所以 $\frac{\partial \pi}{\partial p_i} \leqslant 0$。因此，在此区间内利润函数是 p_i 的单调递减函数。

(2) 当 $S - t(1-y_i)^2 < p_i \leqslant S - ty_i^2$ 时，我们有

$$\frac{\partial \pi}{\partial p_i} = \frac{2S - 3p_i + 2y_i\sqrt{t(S-p_i)}}{2\sqrt{t(S-p_i)}}.$$

因为

$$\begin{aligned} 2S - 3p_i + 2y_i\sqrt{t(S-p_i)} &\leqslant 2S - 3p_i + 2y_i\sqrt{t(S-p_i)} |_{p_i = S - t(1-y_i)^2} \\ &= t(1-y_i)(3-y_i) - S \leqslant 3t - S \leqslant 0, \end{aligned}$$

所以 $\frac{\partial \pi}{\partial p_i} \leqslant 0$，在此区间内利润函数也是 p_i 的单调递减函数。

综合(1)、(2)可知，当 $p_i > S - t(1-y_i)^2$ 时，利润函数是 p_i 的单调递减函数。而当 $p_i \leqslant S - t(1-y_i)^2$ 时，$\pi = p_i$，利润函数是 p_i 的单调递增函数。因此，为最大化企业利润，

企业 1 将定价 $p_i = S - t(1-y_i)^2$。

情形 2 $y_i \geqslant \frac{1}{2}$。与情形 1 的证明类似，我们可以得到 $p_i = S - ty_i^2$。

综上所述，我们有 $p_i = S - t \cdot \max\{(1-y_i)^2, y_i^2\}$。

附录 2 引理 2 的证明

由(1)、(2)、(3)式可得企业 1 的需求函数为

(1) 当 $p_1 - p_2 > t(y_2 - y_1)(y_1 + y_2)$ 时，$D_1 = 0$；

(2) 当 $t(y_1 - y_2)(2 - y_1 - y_2) \leqslant p_1 - p_2 \leqslant t(y_2 - y_1)(y_1 + y_2)$ 时，$D_1 = \frac{y_1 + y_2}{2} + \frac{(p_2 - p_1)}{2t(y_2 - y_1)}$；

(3) 当 $p_1 - p_2 < t(y_1 - y_2)(2 - y_1 - y_2)$ 时，$D_1 = 1$。

企业 2 的需求函数为 $D_2 = 1 - D_1$。显然，均衡市场价格(p_1, p_2)一定满足

$$t(y_1 - y_2)(2 - y_1 - y_2) \leqslant p_1 - p_2 \leqslant t(y_2 - y_1)(y_1 + y_2),$$

否则将有一个企业（价格高的企业）利润为零，但是，它完全可以通过收取比对方企业稍微低的价格而获得正的利润，因此这和均衡价格矛盾。于是我们构造如下 Lagrangian 函数

$$L = b\left\{\begin{array}{c} p_1 D_1 + \lambda_1[p_1 - p_2 - t(y_1 - y_2)(2 - y_1 - y_2)] \\ + \lambda_2[t(y_2 - y_1)(y_1 + y_2) - p_1 + p_2] \end{array}\right\}, \tag{A1}$$

对（A1）式分别求关于 p_1、λ_1、λ_2 的导数得到，

$$\frac{2p_1 - p_2 + ty_1^2 - ty_2^2}{2ty_1 - 2ty_2} + \lambda_1 - \lambda_2 = 0, \tag{A2}$$

$$p_1 - p_2 - t(y_1 - y_2)(2 - y_1 - y_2) = 0, \tag{A3}$$

$$t(y_2 - y_1)(y_1 + y_2) - p_1 + p_2 = 0, \tag{A4}$$

容易看出约束条件（A3）、（A4）式不可能同时满足，因此有三种情形需要讨论。

情形 1 $p_1 - p_2 - t(y_1 - y_2)(2 - y_1 - y_2) = 0$ 并且 $t(y_2 - y_1)(y_1 + y_2) - p_1 + p_2 > 0$，此时必然有 $\lambda_1 \geqslant 0$ 和 $\lambda_2 = 0$。由（A2）式得到

$$\lambda_1 = \frac{1}{2}\left[y_1 + y_2 - 4 + \frac{p_2}{t(y_2 - y_1)}\right] \geqslant 0,$$

即 $p_2 \geqslant t(y_1 - y_2)(y_1 + y_2 - 4)$。

情形 2 $p_1 - p_2 - t(y_1 - y_2)(2 - y_1 - y_2) > 0$ 并且 $p_1 = t(y_2 - y_1)(y_1 + y_2) + p_2$，此时必然有 $\lambda_1 = 0$ 和 $\lambda_2 \geqslant 0$。由（A2）式得到

$$\lambda_2 = \frac{p_2 + 3ty_1^2 - 3ty_2^2}{2ty_1 - 2ty_2} < 0,$$

因此这种情形排除。

情形 3 $p_1 - p_2 - t(y_1 - y_2)(2 - y_1 - y_2) > 0$ 且 $t(y_2 - y_1)(y_1 + y_2) - p_1 + p_2 > 0$，此时必然有 $\lambda_1 = 0$ 和 $\lambda_2 = 0$。由（A2）式得到

$$p_1=\frac{1}{2}[p_2+t(y_2^2-y_1^2)],$$

此时要求 $0\leqslant p_2<t(y_1-y_2)(y_1+y_2-4)$。

综上所述，我们可以得到企业 1 的反应函数为

$$R(p_2)=\begin{cases}p_2-t(y_2-y_1)(2-y_2-y_1), & p_2\geqslant t(y_1-y_2)(y_1+y_2-4),\\ \dfrac{1}{2}[p_2+t(y_2^2-y_1^2)], & 0\leqslant p_2<t(y_1-y_2)(y_1+y_2-4).\end{cases}\tag{A5}$$

同理，可以求得企业 2 的反应函数为

$$R(p_1)=\begin{cases}p_1-t(y_2-y_1)(y_2+y_1), & p_1\geqslant t(y_2-y_1)(2+y_2+y_1),\\ \dfrac{p_1+t(y_2-y_1)(2-y_2-y_1)}{2}, & 0\leqslant p_1<t(y_2-y_1)(2+y_2+y_1).\end{cases}\tag{A6}$$

于是可以求得均衡价格和利润

$$p_1=\frac{t(y_2^2+2y_2-2y_1-y_1^2)}{3},\quad p_2=\frac{t(y_1^2-4y_1+4y_2-y_2^2)}{3},$$

$$\pi_{12}=b\frac{t(y_2-y_1)(y_1+y_2+2)^2}{18}\quad 和\quad \pi_{22}=b\frac{t(y_2-y_1)(y_1+y_2-4)^2}{18}.$$

附录 3　命题 2 的证明

步骤 1　证明均衡时 $y_1\leqslant\frac{1}{2}\leqslant y_2$

否则 $y_1\leqslant y_2\leqslant\frac{1}{2}$ 或者 $\frac{1}{2}\leqslant y_1\leqslant y_2$，但是前种情形企业 2 选择 $\hat{y}_2=1-y_2$ 利润更高，后一种情形企业 1 选择 $\hat{y}_1=1-y_1$ 利润更高，这就与均衡选址产生了矛盾。这里证明 $y_1\leqslant y_2\leqslant\frac{1}{2}$ 的情形，另一种情形类似。

由(7)式、(8)式知

$$\pi_2(y_1,y_2)=c[S-t(1-y_2)^2]+b\frac{t(y_2-y_1)(y_1+y_2-4)^2}{18},$$

$$\pi_2(y_1,\hat{y}_2)=c[S-t(1-y_2)^2]+b\frac{t(1-y_2-y_1)(y_1-y_2-3)^2}{18},$$

所以

$$\pi_2(y_1,\hat{y}_2)-\pi_2(y_1,y_2)=\frac{1}{18}t(1-2y_2)[9+y_1-y_1^2+(y_2-1)y_2].$$

当 $y_1\leqslant y_2\leqslant\frac{1}{2}$ 时，易见 $\pi_2(y_1,\hat{y}_2)-\pi_2(y_1,y_2)\geqslant 0$。

步骤 2　求解均衡选址

由于 $y_1\leqslant\frac{1}{2}\leqslant y_2$，所以

$$\pi_1(y_1,y_2)=c[S-t(1-y_1)^2]+b\frac{t(y_2-y_1)(y_1+y_2+2)^2}{18},$$

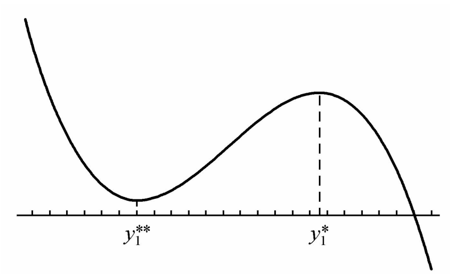
$$\pi_2(y_1,y_2)=c[S-ty_2^2]+b\frac{t(y_2-y_1)(y_1+y_2-4)^2}{18}.$$

首先求解企业1的反应函数。

易见 $\pi_1(y_1,y_2)$ 是 y_1 的三次多项式函数，并且最高项系数为负。由 $\frac{\partial\pi_1(y_1,y_2)}{\partial y_1}=0$ 可得

$$\begin{aligned}y_1^* &=\frac{1}{6c-3}\{4-2c(y_2-5)+y_2\\&\quad-2\sqrt{(1+y_2)^2+c(59+y_2-4y_2^2)+c^2[+2y_2(2y_2-5)-41]}\},\\y_1^{**} &=\frac{1}{6c-3}\{4-2c(y_2-5)+y_2\\&\quad+2\sqrt{(1+y_2)^2+c(59+y_2-4y_2^2)+c^2[+2y_2(2y_2-5)-41]}\}.\end{aligned}$$

注意以上两式用到 $b=1-2c$。由两阶条件可知 y_1^* 为极大值，y_1^{**} 为极小值。具体图形如图A1所示。



图A1 $\pi_1(y_1,y_2)$的图形

容易证明当 $\frac{1}{2}\leqslant y_2\leqslant 1$，$0\leqslant c\leqslant\frac{1}{2}$ 时，$y_1^{**}>0$。这样

(1) 当 $y_1^*\leqslant 0$ 时，$R(y_2)=0$；

(2) 当 $0\leqslant y_1^*\leqslant\frac{1}{2}$ 时，$R(y_2)=y_1^*$；

(3) 当 $y_1^*\geqslant\frac{1}{2}$ 时，$R(y_2)=\frac{1}{2}$。

经过计算可以得到企业1的反应函数

$$R(y_2)=\begin{cases}0, & c\leqslant\frac{1}{14}\text{ 或者}\left\{\frac{1}{14}\leqslant c\leqslant\frac{5}{58}\text{ 并且 }\frac{1}{2}\leqslant y_2\leqslant\min\left\{1,2\sqrt{\frac{1-11c}{1-2c}}\right\}\right\},\\ y_1^*, & \text{其他},\\ \frac{1}{2}, & \frac{1}{4}\leqslant c\leqslant\frac{1}{2}\text{ 或者}\left\{\begin{array}{l}\frac{35}{142}\leqslant c\leqslant\frac{1}{4}\text{ 并且 }1\geqslant y_2\\ \qquad\geqslant\max\left\{\frac{1}{2},\frac{1}{2}\left[1+6\sqrt{\frac{4c-1}{2c-1}}\right]\right\}\end{array}\right\}.\end{cases}$$

类似的，我们可以得到企业2的反应函数

$$R(y_1)=\begin{cases}1, & c\leqslant\dfrac{1}{14}\text{ 或者}\left\{\dfrac{1}{14}\leqslant c\leqslant\dfrac{5}{58}\text{ 并且 }\max\left\{0,1-2\sqrt{\dfrac{1-11c}{1-2c}}\right\}\leqslant y_1\leqslant\dfrac{1}{2}\right\},\\ y_2^*, & \text{其他},\\ \dfrac{1}{2}, & \dfrac{1}{4}\leqslant c\leqslant\dfrac{1}{2}\text{ 或者}\left\{\begin{array}{l}\dfrac{35}{142}\leqslant c\leqslant\dfrac{1}{4}\text{ 并且 }\min\left\{\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\left(1-6\sqrt{\dfrac{4c-1}{2c-1}}\right)\right\}\\ \geqslant y_1\geqslant 0\end{array}\right\},\end{cases}$$

其中

$$\begin{aligned}y_2^* &=\frac{1}{6c-3}\{y_1-8-2c(1+y_1)\\ &\quad+2\sqrt{(y_1-2)^2+c[56+(7-4y_1)y_1]+c^2(2y_1-47+4y_1^2)}\}.\end{aligned}$$

注意到 $b=1-2c$，由上述反应函数我们可以得到均衡选址为：

(1) 当 $12c\leqslant b\leqslant 1$ 时，$y_1^c=0$ 和 $y_2^c=1$；

(2) 当 $2c<b<12c$ 时，$y_1^c=\dfrac{12c-b}{4(b+3c)}\in\left[0,\dfrac{1}{2}\right]$和 $y_2^c=\dfrac{5b}{4(b+3c)}\in\left[\dfrac{1}{2},1\right]$；

(3) 当 $0\leqslant b\leqslant 2c$ 时，$y_1^c=\dfrac{1}{2}$和 $y_2^c=\dfrac{1}{2}$。

附录 4　命题 3 的证明

由命题 1、2 可以发现，y_1^s 和 y_1^c 为$\dfrac{b}{c}$的减函数，y_2^s 和 y_2^c 为$\dfrac{b}{c}$的增函数。这样 $y_2^s-y_1^s$ 和 $y_2^c-y_1^c$ 为$\dfrac{b}{c}$的增函数。并且可以验证$[y_2^c-y_1^c]-[y_2^s-y_1^s]$为$\dfrac{b}{c}$的增函数。由$[y_2^c-y_1^c]-[y_2^s-y_1^s]=0$ 可得$\dfrac{b}{c}=\dfrac{1}{4}(\sqrt{105}+3)$，所以

(1) 当$\dfrac{b}{c}<\dfrac{1}{4}(\sqrt{105}+3)$时，$y_2^c-y_1^c<y_2^s-y_1^s$，即相对于社会最优位置而言均衡位置相距较近；

(2) 当$\dfrac{b}{c}=\dfrac{1}{4}(\sqrt{105}+3)$时，$y_2^c-y_1^c=y_2^s-y_1^s$，并且可以验证 $y_1^c=y_1^s$，$y_2^c=y_2^s$，企业的均衡位置与社会最优位置重合；

(3) 当$\dfrac{b}{c}>\dfrac{1}{4}(\sqrt{105}+3)$时，$y_2^c-y_1^c>y_2^s-y_1^s$，即相对于社会最优位置而言，企业的均衡位置相距较远。

参考文献

[1] Anderson, S., and D. Neven, "Cournot Competition Yields Spatial Agglomeration", *International Economic Review*, 1991, 32(4), 793—808.

[2] Braid, R., "The Socially Optimal Locations of Three Stores with Stockouts or Limited Product Selections", *Economics Letters*, 1999, 64(3), 363—368.

[3] Braid, R., "The Equilibrium Locations of Three Stores with Different Selections of Differentiated Products", *Economics Letters*, 2006, 93(1), 31—36.

[4] Braid, R., "Spatial Price Discrimination and the Locations of Firms with Different Product Selections or Product Varieties", *Economics Letters*, 2008, 98(3), 342—347.

[5] Brekke, K., and O. Straume, "Bilateral Monopolies and Location Choice", *Regional Science & Urban Economics*, 2004, 34(3), 275—288.

[6] D'Aspremont, C., J. Gabszewicz, and J. Thisse, "On Hotelling's Stability in Competition", *Econometrica*, 1979, 47(5), 1145—1150.

[7] Economides, N., "Minimal and Maximal Product Differentiation in Hotelling's Duopoly", *Economics Letters*, 1986, 21(1), 67—71.

[8] Hamilton, J., J. Thisse, and A. Weskamp, "Spatial Discrimination: Bertrand versus Cournot in a Model of Location Choice", *Regional Science & Urban Economics*, 1989, 19(1), 87—102.

[9] Hotelling, H., "Stability in Competition", *Economic Journal*, 1929, 39(153), 41—57.

[10] Irmen, A., and J. Thisse, "Competition in Multi-characteristics Spaces: Hotelling Was Almost Right", *Journal of Economic Theory*, 1998, 78(1), 76—102.

[11] Li, C., "Location Choice in a Mixed Oligopoly", *Economic Modelling*, 2006, 23(1), 131—141.

[12] Liang, W., and C. Mai, "Validity of the Principle of Minimum Differentiation under Vertical Subcontracting", *Regional Science & Urban Economics*, 2006, 36(3), 373—384.

[13] Mai, C., and S. Peng, "Cooperation vs. Competition in a Spatial Model", *Regional Science & Urban Economics*, 1999, 29(4), 463—472.

[14] Matsushima, N., and T. Matsumura, "Cost Uncertainty and Spatial Agglomeration", Mimeo, 2005.

[15] Neven, D., "Two Stage (Perfect) Equilibrium in Hotelling's Model", *Journal of Industrial Economics*, 1985, 33(3), 317—325.

Location Choice of Multiple Product Firms

JIANHU ZHANG CHANGYING LI

(*Nankai University*)

Abstract This paper analyzes the firm location problem in a "linear city" model that involves a mixture of monopolies for two products and duopoly for another product. It is shown that the equilibrium locations depend on the ratio of brand-loyal consumers to brand switchers. If the ratio is high enough, firms will agglomerate at the center of the market. If the ratio is low enough, they will choose the endpoints of the market. If the ratio is in the medium range, firms will choose inner points to locate their plants. Compared to the social optimal pattern of locations, the distance between two firms could be too large or too small.

JEL Classification L13, D43, R32