第 4 卷第 1 期
2004 年 10 月
经 济 学（季 刊）
China Economic Quarterly
Vol.4，No.1
October，2004

外包与不确定环境的最优资本投资

林毅夫　蔡颖义　吴庆堂*

摘　要　本文以需求不确定性为切入点，为外包生产行为提出一个解释。当需求存在不确定性时，我们分别考虑存在与不存在外包可能性的两种情况下的最优资本投资模型。我们发现，当存在不确定性时，外包行为具有帕累托改进的性质，而且，在存在外包可能性的情况下，生产品牌产品的垄断厂商可以借此降低固定资产投资。此外，我们还发现外包的成本对于垄断厂商的资本投资具有显著的影响。

关键词　外包，投资，不确定性

一、序　　言

长久以来，外包已是一种普遍存在的现象（Domberger，1998，p.8）。然而，直到最近几年，这一问题才因为理论研究者试图了解一些重要的发展经验而引起越来越多的关注。基本上，许多研究外包的理论模型建立在生产成本比较的基础上。比如 Feenstra and Hanson（1996）讨论的是包含由禀赋差异引起的外包的国际贸易模型；Glass and Saggi（2001）讨论的是一个生产周期模型，其中的外包是由技术差异引起的，对于外包行为的讨论仅限于发达国家的企业将基本生产外包给低工资国家的情况；进一步，Grossman and Helpman（2002a）用生产规模解释外包行为，认为对于最终产品生产商而言，自行生产全部中间产品的成本过高，因而会有外包行为发生。他们建立了关于生产和贸易的一般均衡模型，在其中，外包行为是有成本的，厂商需要寻找合适的合作伙伴，而对于这种特殊关系的投资契约是不完备的。这种方法本质上意味着外包是一种利用比较优势的方式，这种比较优势建立在跨国差异的基础之上。

如果使用外部资源进行基本生产是相对便宜的话，那么跨国外包行为将会十分盛行。虽然如此，已有的一些关于外包行为的研究并不能解释一些重要的“典型事实”，比如领先的品牌产品的生产厂商似乎只专注于核心性生产活动（例如，产品设计），而将非核心性生产活动（如基本生产）外包给遥远

* 林毅夫，北京大学中国经济研究中心；蔡颖义、吴庆堂，台湾高雄大学应用经济学系。通讯作者及地址：蔡颖义，高雄大学应用经济学系，高雄市楠梓区 811 高雄大学路 700 号。电话：(886-7)5919189；传真：(886-7)5919344；E-mail：yytsai@nuk.edu.tw。感谢卢志远，Roderick James McCrorie，汪浩对本文提出的宝贵建议和评论。感谢审稿人对本文提出的真知灼见。第二和第三作者还要感谢台湾“行政院国家科学委员会”对于本项研究的经费支持（♯NSC 92-2115-M-39-002-）。

异邦的、邻国的，甚至是本土的合作伙伴。实际上，摩托罗拉公司一方面将集成电路（IC）生产外包给它在亚洲的代工合作伙伴[1]——台湾积体电路（集成电路）制造股份有限公司（以下简称“台积电”），另一方面将新产品MCC 5500型移动无线电调度的设计、组装和包装承包给加拿大的CML Emergency Services。即便是承接英特尔和摩托罗拉外包合同的台积电，也将一些集成电路零部件的生产，比如光罩制作、组装和测试，外包给一些当地专业厂商。其他的外包案例不胜枚举[2]。微软公司在开始生产Windows 95操作系统的时候，瞄准外包方式来应对短期高峰需求，微软曾经将其顾客支持系统中的辅助性功能部分外包给UCA&L公司，UCA&L公司为那些希望在购买微软产品90天以内升级其操作系统的顾客提供帮助。这些现象意味着仅仅依靠比较优势不能为外包行为提供令人满意的解释。

在本文中，我们为外包行为提供了另外一种解释。不确定性导致的外包发生机制是我们研究的重点。我们考察一个品牌产品垄断厂商在不确定性条件下的最优资本投资选择（cf. Pindyck（1993），and others[3]），因为垄断框架更有助于理解非核心活动的外包行为背后的作用机制，因而适合用来讨论厂商的“自产或者购买”选择。我们将证明，在存在不确定性时，外包提供了一种风险转移机制，与其他情况相比，外包可得性使得厂商在市场需求波动的情况下只需进行较少的自身生产能力投资。我们研究的重点是在不确定性的情况下，存在与不存在外包可能性时厂商资本投资决策的不同。基本的观点是，在未来需求存在不确定性的情况下，厂商在作任何涉及固定资产投资的生产决策时，都需要在不可预期的需求增加所导致的生产能力不足和不可预期的需求减少所导致的生产能力过剩之间进行权衡。这个假设有助于我们研究关于外包行为对变化的市场需求非常敏感的假说。本文主要在这个框架中比较不确定条件下存在与不存在外包可能性两种情况下的最优资本投资决策。我们将证明外包是能够增进福利的。我们通过比较不包含外包行为的标准最优投资模型所得到的垄断利润与引入外包以后的模型所得到的垄断利润得到这个结论。在讨论过程中，我们都将假设只有非核心性的基本生产会被外包出去；外包可得性是外生给定的，采用外包需要支付固定成本；外包行为只有在厂商自身的生产能力不足时才会被采用。但是，我们也认可其他的一些研究成果，比如Grossman and Helpman（2002b）在不完备契约的框架下

[1] 一组专业化加工制造芯片的公司。典型的代工工厂利用自身先进的生产工艺按照客户拥有产权的集成电路(IC)设计方案为客户进行生产，但不提供最终产品。

[2] 参见The New York Times（2003），an overview of recent development in the U.S. toward extensive outsourcing driven by specialization.

[3] 与Pindyck（1993），Caballero（1991）以及Lee and Shin（2000）相似，我们使用一个具有不确定性的两期投资模型来解释品牌产品垄断厂商在不确定条件下的最优资本选择，模型的结构更为丰富，比如包含了如下因素：生产设备投资在实际生产开始之前完成，行业规模的需求冲击以及不确定条件下的外包可得性。

讨论了厂商对于自行生产和外包的选择；Shy and Stenbacka（2003）在差异性寡头的框架下讨论了中间产品的外包策略；Van Mieghem（1999）采用实物期权方法来计算不确定情况下的期权价值；Abraham and Taylor（1996）证明产品需求的波动性，以及一些其他因素，能够解释厂商将一些辅助性生产活动外包的行为。

本文结构如下：在第二部分中，我们研究一个需求具有不确定性的情况下，不存在外包可能性时的最优资本投资模型；在第三部分中，我们将外包行为看做是一种风险转移机制，并且把外包行为引入到基本模型中。我们的研究重点是外包可能性的存在能否帮助厂商获得比其他情况下更多的剩余；在第四部分中，我们对全文进行总结。

二、基 本 模 型

假设一个生产品牌产品的厂商面对的反需求函数如下：

$$P = XY^{-\varepsilon}, \tag{1}$$

其中 P 为产品价格，Y 为总产出，$\varepsilon \in (0,1)$为弹性参数，X 是代表不确定性的外生的，绝对连续，正的随机变量，并且在完备概率空间（Ω, F, P）中满足可积性条件$E[X^{\frac{1}{\varepsilon}}] < \infty$。

等式（1）意味着垄断厂商面对整个市场的需求冲击[4]。从等式（1）可以看出两种因素对价格的影响，即数量和质量。首先，如果我们将 X[5] 解释为厂商研发产品新特性（或者厂商特色）的不确定性结果，那么等式（1）描述的就是能够反映与产品创新[6] 相关的需求的质量方面的价格；其次，如果我们将弹性参数 ε 解释为获得新产品的可能性，那么等式（1）意味着产品可得性加强了常规的价格 – 数量之间的逆向关系。一个较高（低）的 ε 的字面含义是当总供给增加（减少）时，品牌产品的垄断厂商将面临较大幅度的价格上升（下降）。但在此的新解释是，较低的 ε 值描述了一个总供给的微小变化对于市场价格的影响程度。这种解释有助于使用当前的框架来分析品牌产品的垄断厂商的新产品研发和最优资本投资决策。

我们考虑未来需求的不确定性。假设厂商只有到交易日才能知道真实的市场需求（或者说，卖出价格）（cf. Sandmo，1971；Pindyck，1988）。这就意味着任何投资计划和产出选择都必须在市场需求实现之前确定。厂商自身生产每单位品牌产品需要使用资本（K）和劳动力（L）。生产设备具有不可逆

[4] Caballero（1991）讨论了单个竞争性厂商面对个体需求的情形；Pindyck（1993）讨论的是多个等规模的厂商面对行业规模需求的冲击情形。

[5] X 还可以代表消费偏好，生产技术以及市场环境的变化。

[6] Levhari and Peles（1973）支持用这种方式描述“产品创新”。

转和不可扩张的特性[7]，且设备安装必须在生产发生之前完成。给定齐次线性形式的基本生产函数 $Y=K^{\alpha}L^{\beta}$，其中 α 和 β（$0<\alpha,\beta<1,\alpha+\beta=1$）分别表示资本和劳动力的份额，我们研究厂商在两期框架下的选择，即 $t=0,1$。首先，厂商在时期 0 决定资本投资的水平 K（$K\geqslant 0$）。然后，在时期 1，厂商选择雇佣劳动的数量 L（$L\geqslant 0$）。资本和劳动的成本分别由 γ 和 w 表示。显然，γ 发生在 0 期。将投资决策和生产之间的滞后关系模型化有利于我们根据随机需求冲击描述生产能力不可扩张性，进而可以引入外包行为，尤其是在未来需求存在不确定性的情况下。

我们先暂时不考虑外包可能性。我们通过研究厂商在不确定环境下的选择开始我们的分析。在不存在外包的情况下，厂商自己生产所有的产品以满足市场需求，利润由下面的公式给出：

$$\pi^{n}(K,L)=X(K^{\alpha}L^{\beta})^{1-\varepsilon}-wL-\gamma K. \tag{2}$$

在时期 1，厂商选择最优的劳动雇佣数量以最大化等式（2）。因此，由一阶和二阶条件得出厂商的最优劳动需求如下：

$$L^{n}(K)=(X(1-\varepsilon))^{\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}}\left(\frac{\beta}{w}\right)^{\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}}K^{\frac{\alpha(1-\varepsilon)}{1-\beta(1-\varepsilon)}}.$$

给定 K，厂商关于劳动需求的最优选择意味着厂商在时期 1 的利润为：

$$\pi^{n}(K,L^{n}(K))=g(\beta,\varepsilon)X^{\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}}K^{\frac{\alpha(1-\varepsilon)}{1-\beta(1-\varepsilon)}}-\gamma K, \tag{3}$$

其中，$g(\beta,\varepsilon)=\left(\frac{\beta(1-\varepsilon)}{w}\right)^{\frac{\beta(1-\varepsilon)}{1-\beta(1-\varepsilon)}}(1-\beta(1-\varepsilon))$。

在时期 0，厂商选择最优资本投入以最大化期望利润，即

$$\max_{K\geqslant 0}E[\pi^{n}(K,L^{n}(K))]=g(\beta,\varepsilon)E\left[X^{\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}}\right]K^{\frac{\alpha(1-\varepsilon)}{1-\beta(1-\varepsilon)}}-\gamma K. \tag{4}$$

我们第一个主要的结论是下面的命题 1，描述了一个生产品牌产品厂商的最优资本投资选择，表明在存在不确定性的情况下，即使无法外包，厂商最优的资本投资也会随着预期需求的增加而提高。

性质 1 如果无法进行外包，并且厂商的基本生产具有线性齐次的生产技术，那么生产品牌产品的厂商的资本投资 K^{n} 和劳动投入 $L^{n}=L^{n}(K^{n})$ 如下：

$$K^{n}=h(\beta,\varepsilon)\left(E\left[X^{\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}}\right]\right)^{\frac{1-\beta(1-\varepsilon)}{\varepsilon}},$$

$$L^{n}=j(\beta,\varepsilon)X^{\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}}\left(E\left[X^{\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}}\right]\right)^{\frac{\alpha(1-\varepsilon)}{\varepsilon}},$$

[7] Abel，Dixit，Eberly and Pindyck（1996）以及 Dixit and Pindyck（1998）研究了最优资本投资和不确定性之间的关系，认为资本投资未来的“可扩张性”（expandability）将会导致买入期权（call option）的产生。

其中，

$$h(\beta,\varepsilon)=\left(\frac{\alpha}{\gamma}\right)^{\frac{1-\beta(1-\varepsilon)}{\varepsilon}}\left(\frac{\beta}{w}\right)^{\frac{\beta(1-\varepsilon)}{\varepsilon}}(1-\varepsilon)^{\frac{1}{\varepsilon}},$$

$$j(\beta,\varepsilon)=\left(\frac{\alpha}{\gamma}\right)^{\frac{\alpha(1-\varepsilon)}{\varepsilon}}\left(\frac{\beta}{w}\right)^{\frac{1-\alpha(1-\varepsilon)}{\varepsilon}}(1-\varepsilon)^{\frac{1}{\varepsilon}}.$$

证明：证明的关键是在不存在外包的均衡中，在存在不确定性的情况下，最优资本投入量的变化仅仅依赖于凸性的作用，即，对于任何 $0<\alpha$，$\beta<1$，K^n 在 X 中都是凸的（cf. Hartman，1972）。使用标准化技术分析由等式（4）所定义的最大化问题，很容易证明等式（4）的一阶条件和二阶条件都是满足的，由此我们得出结果。

下面来分析命题 1 背后的直觉含义，我们需要指出当市场需求在时期 1 实现时，垄断厂商能够调整的只是劳动力投入这个变量。因而，如果厂商预期需求量比较大，就会增加在时期 0 的固定资产投资。命题 1 中的这个结论具有广泛的一般性，而且并不依赖关于不确定性程度和性质的假设。从命题 1 得到的一个重要启示是，任何能够提高预期需求的因素都将导致最优资本投入的增加。这些因素可能是成功的质量改进或者更新的产品特性。实际上，Levhari and Peles（1973）将质量改进看成是产品创新的一种形式，并且规范地证明了在确定性的条件下，质量改进能够增加产品需求。如何进行解释很重要，因为这是涉及到不确定性的本质问题。比如，如果我们将 X 解释成产品创新的不确定性结果，那么尽管我们在此没有明确检验最优的研发投资，上述结论也是适用的。实际上，即使不能外包，如果生产品牌产品的厂商预期到了新发明（或者改进质量），厂商就会增加资本投资。而且，上述结果表明品牌产品的生产厂商在市场需求不确定性增强[8] 的时候会增加资本投资。

推论 1　K^n 和$L^n=L^n(K^n)$对于 w 和 γ 都是单调递减的。

证明：利用性质 1 中的结论，我们可以得出：

$$\frac{\partial K^n}{\partial w}=-\frac{\beta(1-\varepsilon)}{\varepsilon w}K^n<0,\quad \frac{\partial L^n}{\partial w}=-\frac{1-\alpha(1-\varepsilon)}{\varepsilon w}L^n<0,$$

$$\frac{\partial K^n}{\partial \gamma}=-\frac{1-\beta(1-\varepsilon)}{\varepsilon\gamma}K^n<0,\quad \frac{\partial L^n}{\partial \gamma}=-\frac{\alpha(1-\varepsilon)}{\varepsilon\gamma}L^n<0.$$

因此，K^n 和 L^n 对于 w 和 γ 都是单调递减的。

推论 1 背后的经济含义显而易见。一种要素价格的增加将会降低厂商对

[8] 给定两个正的随机变量 X_1 和 X_2，μ_1 和 μ_2 分别为它们的概率分布。参考 Fölmer and Schied（2002），我们知道 μ_1 一致占优于 μ_2，而且 X_1 和 X_2 具有相同的均值，那么就存在一个均值保留扩展 Q 使得 $\mu_2=\mu_1 Q$。我们已经得到：给定 X_1 和 X_2，相应的最优的资本投资为 K_1^n 和 K_2^n，并且 $K_1^n\leqslant K_2^n$。所以可以推出：当 X 具有较大风险时，即市场需求更加不稳定时，生产品牌产品的厂商将会增加资本投资。

这种要素的需求。因此，工资的增加将会降低厂商对劳动的需求，资本价格的增加将会降低厂商对资本的投入。而且，因为劳动雇佣发生在固定资产投资之后，较高的资本价格将会导致较低的资本投入，进而会减少劳动需求。

下面的推论 2 描述了劳动份额和需求弹性对于最优资本投资的影响。

推论 2 对于任何 γ 和 w：

（1）如果 $\left(\frac{\gamma}{\alpha}\right)^{\alpha}\left(\frac{w}{\beta}\right)^{\beta}<(1-\varepsilon)\exp\left(\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}\right)$，那么 $\frac{\partial K^n}{\partial \varepsilon}<0$；

（2）如果 $\frac{\gamma}{\alpha}>\frac{w}{\beta}\exp\left(\frac{\varepsilon}{(1-\beta)(1-\varepsilon)}\right)$，那么 $\frac{\partial K^n}{\partial \beta}>0$.

证明：将最优的资本投资 K^n 分别对 ε 和 β 求导，我们可以得到：

$$\frac{\partial K^n}{\partial \varepsilon}=\frac{\partial h(\beta,\varepsilon)}{\partial \varepsilon}\left(E\left[X^{\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}}\right]\right)^{\frac{1-\beta(1-\varepsilon)}{\varepsilon}}+h(\beta,\varepsilon)\frac{\partial\left(E\left[X^{\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}}\right]\right)^{\frac{1-\beta(1-\varepsilon)}{\varepsilon}}}{\partial \varepsilon},$$

$$\frac{\partial K^n}{\partial \beta}=\frac{\partial h(\beta,\varepsilon)}{\partial \beta}\left(E\left[X^{\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}}\right]\right)^{\frac{1-\beta(1-\varepsilon)}{\varepsilon}}+h(\beta,\varepsilon)\frac{\partial\left(E\left[X^{\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}}\right]\right)^{\frac{1-\beta(1-\varepsilon)}{\varepsilon}}}{\partial \beta}.$$

对 $h(\beta,\varepsilon)$ 取自然对数，并且分别对 ε 和 β 求导，我们可以得到：

$$\frac{\partial \ln h}{\partial \varepsilon}=-\frac{1}{\varepsilon^2}\left[\ln\left((1-\varepsilon)\left(\frac{\alpha}{\gamma}\right)^{\alpha}\left(\frac{\beta}{w}\right)^{\beta}\right)+\frac{\varepsilon}{(1-\varepsilon)}\right],$$

$$\frac{\partial \ln h}{\partial \beta}=\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\left[-\ln\frac{\alpha}{\gamma}+\ln\frac{\beta}{w}-\frac{\varepsilon}{(1-\beta)(1-\varepsilon)}\right].$$

使用李雅普诺夫不等式，很容易证明 $E[X^c]^{1/c}$ 对于 c 单调递增（例如，可参考 Chung（2000））。因此，我们得到 $\left(E\left[X^{\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}}\right]\right)^{\frac{1-\beta(1-\varepsilon)}{\varepsilon}}$ 对于 ε 是单调递减的，对于 β 是单调递增的。使用上面的等式，显然，如果 $\left(\frac{\gamma}{\alpha}\right)^{\alpha}\left(\frac{w}{\beta}\right)^{\beta}<(1-\varepsilon)\exp\left(\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}\right)$，那么 $\frac{\partial K^n}{\partial \varepsilon}<0$；如果 $\frac{\gamma}{\alpha}>\frac{w}{\beta}\exp\left(\frac{\varepsilon}{(1-\beta)(1-\varepsilon)}\right)$，那么 $\frac{\partial K^n}{\partial \beta}>0$。因而，我们得到了上述结果。

推论 2 的经济含义是：较大的弹性意味着市场竞争不完全，这个市场上的垄断厂商能够通过调整要素投入以及产出水平来影响总收益。这表明资本的边际价值将通过弹性影响厂商的最优资本投资，弹性代表的是产品的可得性。因为弹性的大小代表的是资本的边际价值被削弱的程度，因而，给定资本存量水平，较大的弹性意味着较低的资本边际价值。这是因为 K^n 中代表资本边际产出的 $h(\beta,\varepsilon)$ 随着 ε 的增加而减少。而且，如果 ε 足够大以至于它的影响超过资本的影响，其增加将会导致厂商减少资本投资。

虽然如此，最优投资选择与劳动份额（β）的关系却不同。更大的劳动份额意味着产出水平对于资本使用量的敏感度比较低。这意味着现有资本存量

的价值比较高，尤其是在厂商只能够通过调整劳动份额来应对已经实现了的不确定的需求的情况下。需要注意的是资本投资是在需求实现之前完成的。因此，即使是存在不确定性的情况下，劳动的使用也能够缓解弹性对于资本边际产出的负面影响。如果根据要素价格调整以后的资本份额足够低的话，厂商只能通过提高劳动份额来增加资本的边际价值。所以，推论 2 的直觉含义就是当劳动份额上升时，厂商将会增加资本投资。

三、不确定环境下存在外包可能性时的最优资本投资

在这一部分，我们讨论不确定性环境下外包对于最优生产能力选择的影响。我们将外包可能性引入基本模型进行扩展，假设垄断厂商在作出资本投资决策的时候可以考虑采用外包方式。在此，我们引入本文的一个主要的关键性假设：外包（y）是为了填补不可预期的需求冲击与厂商自己生产能力限制（Y）之间的差额，并且外包行为还涉及到一个外生给定的固定成本。具体而言，如果垄断厂商必须选择外包生产，那么将产生如下形式的外包成本：

$$(C+y)I_{\{y>0\}}=\begin{cases}C+y, & \text{if} \quad y>0, \\ 0, & \text{if} \quad y=0,\end{cases} \tag{5}$$

其中，$I_{\{y>0\}}$是 $\{y>0\}$ 的指示函数，外包出去的每单位产出的可变成本被标准化为 1，C 包含了厂商寻找合适的外包企业以及监督外包合同的执行这些沉没成本[9]。

等式（5）的直觉解释是，即使可以采用外包方式时，生产品牌产品的垄断厂商也要为找到合适的外包公司支付一定的生产准备成本。换句话说，等式（5）也可以被解释为垄断厂商关于生产模式的选择。如果生产品牌产品的垄断厂商选择自己从事全部生产，而不采取外包行为，那么这个固定成本就代表着厂商因为激励弱化问题而需要花费更多治理成本（Williamson，1985）。

我们还假设不可能有闲置的生产能力（意味着品牌产品生产商会首先充分利用自身的生产能力，此后如果有必要，再考虑采用外包）；另外任何品牌产品存货都是没有价值的（因为厂商只提供最新的商品）。

利用等式（1）和等式（5），生产品牌产品的垄断厂商的利润由下式表示：

---

[9] Grossman and Helpman（2002b）为这种模型化方式提供了一个直观的解释。即“……在寻找潜在外包厂商的过程里，必然会衍生若干固定成本……”。而且，Shy and Stenbacka（2003）对外包的总成本特性的描述也与此类似，他们在模型化外包行为时考虑的是“自产或购买”之间的权衡，不同的是我们在此假设每单位的外包产出的边际成本为一单位。

$$\pi_C^o(K,L,y) = X(K^\alpha L^\beta + y)^{1-\varepsilon} - wL - \gamma K - (C+y)I_{\{y>0\}}. \qquad (6)$$

值得注意的是，在 $y=0$ 时，等式（6）是不连续的。如果外包是可能的话（$y\geqslant 0$），那么对于给定的 K，厂商在时期1选择的最优劳动雇佣数量将由下面的最大化问题给出：

$$\max_{L,\,y\geqslant 0} \pi_C^o(K,L,y). \qquad (7)$$

为了求解（7），我们首先考虑一个外包行为确实发生情况下的（即 $y>0$）优化问题：即

$$\max_{L,\,y\geqslant 0} \tilde{\pi}_C^o(K,L,y) = X(K^\alpha L^\beta + y)^{1-\varepsilon} - wL - \gamma K - (C+y). \qquad (8)$$

显然，$\pi_C^o(K,L,y)$和$\tilde{\pi}_C^o(K,L,y)$之间的关系如下：

$$\pi_C^o(K,L,y) = \begin{cases} \tilde{\pi}_C^o(K,L,0) + C \geqslant \tilde{\pi}_C^o(K,L,0), & \text{for} \quad y=0, \\ \tilde{\pi}_C^o(K,L,y), & \text{for} \quad y>0. \end{cases} \qquad (9)$$

如果下面的条件成立，（8）式存在最优解

$$\frac{\partial \tilde{\pi}_C^o}{\partial L} = X(1-\varepsilon)(K^\alpha L^\beta + y)^{-\varepsilon}\beta K^\alpha L^{\beta-1} - w = 0,$$

$$\frac{\partial \tilde{\pi}_C^o}{\partial y} = X(1-\varepsilon)(K^\alpha L^\beta + y)^{-\varepsilon} - 1 = 0.$$

这就意味着在均衡时，最优的 L 和 y 由下面的两式决定：

$$\tilde{L}^o(K) = \left(\frac{\beta}{w}\right)^{\frac{1}{1-\beta}} K, \qquad (10)$$

$$\tilde{y}^o(K) = (X(1-\varepsilon))^{\frac{1}{\varepsilon}} - \left(\frac{\beta}{w}\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}} K. \qquad (11)$$

进一步，容易证明在$(\tilde{L}^o(K),\tilde{y}^o(K))$处满足二阶条件：

$$\left.\frac{\partial^2 \tilde{\pi}_C^o}{\partial y^2}\right|_{(L,y)=(\tilde{L}^o(K),\tilde{y}^o(K))} = -\varepsilon(X(1-\varepsilon))^{-\frac{1}{\varepsilon}} < 0,$$

和

$$\Delta\Big|_{(L,y)=(\tilde{L}^o(K),\tilde{y}^o(K))} = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 \tilde{\pi}_C^o}{\partial L^2} & \frac{\partial^2 \tilde{\pi}_C^o}{\partial L \partial y} \\ \frac{\partial^2 \tilde{\pi}_C^o}{\partial y \partial L} & \frac{\partial^2 \tilde{\pi}_C^o}{\partial y^2} \end{vmatrix}$$

$$= X^2 \varepsilon(1-\varepsilon)^2 \beta(1-\beta) K^\alpha L^{-2+\beta}(K^\alpha L^\beta + y)^{-1-2\varepsilon} > 0.$$

由等式（10），显然有$\widetilde{L}^{o}(K)\geqslant 0$。利用等式（11），我们可以得到如下结果：当且仅当$X\geqslant\widetilde{X}(K):=\frac{1}{1-\varepsilon}\left(\frac{\beta}{w}\right)^{\frac{\beta\varepsilon}{1-\beta}}K^{\varepsilon}$时，有$\widetilde{y}^{o}(K)\geqslant 0$。这意味着 X 的值在决定（8）式的最优解时起着关键性的作用。因此，我们分两种情况进行讨论：即$\{w\in\Omega: X(w)\leqslant\widetilde{X}(K)\}$和$\{w\in\Omega: X(w)>\widetilde{X}(K)\}$。

首先，当在集合$\{w\in\Omega: X(w)\leqslant\widetilde{X}(K)\}$中，我们有$\widetilde{y}^{o}(K)\leqslant 0$。因而，（8）式的最优解在边界 $y=0$ 处得到。这意味着：

$$\max_{L\geqslant 0}\widetilde{\pi}_{C}^{o}(K,L,0)=\sup_{L\geqslant 0,\,y>0}\widetilde{\pi}_{C}^{o}(K,L,y).$$

利用（9）式，我们得到：

$$\begin{aligned}\max_{L\geqslant 0}\pi_{C}^{o}(K,L,0)-C=\max_{L\geqslant 0}\widetilde{\pi}_{C}^{o}(K,L,0)&=\sup_{L\geqslant 0,\,y>0}\widetilde{\pi}_{C}^{o}(K,L,y)\\&=\sup_{L\geqslant 0,\,y>0}\pi_{C}^{o}(K,L,y),\end{aligned}$$

由此，显然（7）式的最优解也在边界 $y=0$ 处得到。这与不存在外包可能性时的情形相同，因此，（7）式的最优解是$(L^{o}(K),y^{o}(K))=(L^{n}(K),0)$。

第二种情况，在集合$\{w\in\Omega: X(w)>\widetilde{X}(K)\}$中，（8）式可以得到内部解，最优解为$(\widetilde{L}^{0}(K),\widetilde{y}^{0}(K))$。但是由（9）式得到$\pi_{C}^{o}(K,L,0)=\widetilde{\pi}_{C}^{o}(K,L,0)+C$。因此，我们比较是否有：

$$\pi_{C}^{o}(K,\widetilde{L}^{o}(K),\widetilde{y}^{o}(K))>\pi^{n}(K,L^{n}(K)).$$

因此当且仅当选择外包行为时的收益大于其他情况下的收益时，垄断厂商才会选择外包行为。对于固定的 K，我们将以上外包可能性存在与不存在两种情况下的收益差距定义为$F_{C}(X,K)$，即

$$F_{C}(X,K):=\pi_{C}^{o}(K,\widetilde{L}^{o}(K),\widetilde{y}^{o}(K))-\pi^{n}(K,L^{n}(K))>0.\qquad(12)$$

通过简单的计算，可知，对于任何的$X>\widetilde{X}(K)$，下式成立：

$$\frac{\partial F_{C}}{\partial X}=X^{\frac{\beta(1-\varepsilon)}{1-\beta(1-\varepsilon)}}(1-\varepsilon)^{\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}}\left[X^{\frac{\alpha(1-\varepsilon)}{\varepsilon(1-\beta(1-\varepsilon))}}-(\widetilde{X}(K))^{\frac{\alpha(1-\varepsilon)}{\varepsilon(1-\beta(1-\varepsilon))}}\right]>0.$$

这就意味着$F_{C}(\cdot,K)$在$(\widetilde{X}(K),\infty)$上严格递增至无穷。而且，有

$$F_{C}(\widetilde{X}(K),K)=-C.$$

由此，如果 $C=0$，那么对于所有的$X>\widetilde{X}(K)$，有$F_{0}(X,K)>F_{0}(\widetilde{X}(K),K)=0$；如果 $C>0$，那么$F_{C}(\widetilde{X}(K),K)<0$。因为$F_{C}(\cdot,K)$在$(\widetilde{X}(K),\infty)$上严格递增至无穷，我们知道对于$X>\widetilde{X}(K)$，$F_{C}(X,K)=0$ 有惟一解。而且解可由下式给出：

$$X_{C}^{*}(K)=\inf\{X\geqslant\widetilde{X}(K): F_{C}(X,K)>0\}$$

$$= \sup\{X : F_C(X,K) \leqslant 0\}. \tag{13}$$

由此，我们知道对于所有的$X > X_C^*(K)$，有$F_C(X,K) > F_C(X_C^*(K),K) = 0$。这个结果告诉我们，给定$K \geqslant 0$，当$X$足够大时（即当$X > X_C^*(K)$），厂商将会选择外包行为（$y^o(K) > 0$）。

我们现在可以得出第二个主要结论，即下面的命题2，给出了生产品牌产品的厂商选择外包行为的条件。

命题**2** 对于任何的C和K，总存在一个$X_C^*(K)$，满足：

$$X_C^*(K) = \begin{cases} \dfrac{1}{1-\varepsilon}\left(\dfrac{\beta}{w}\right)^{\frac{\beta\varepsilon}{1-\beta}} K^{\varepsilon}, & \text{if} \quad C = 0, \\ \sup\{X : \pi_C^o(K, L^o(K), y^o(K)) \leqslant \pi^n(K, L^n(K))\}, & \text{if} \quad C > 0, \end{cases}$$

使得（1）当$X > X_C^*(K)$时，$y^o(K) > 0$；

（2）当$X \leqslant X_C^*(K)$时，$y^o(K) = 0$。

这个命题描述了生产品牌产品的厂商的最优生产转换规则。它意味着只有当市场需求足够大时，外包行为才会发生，而且外包行为所涉及的固定成本的大小在影响转换规则时起着非常重要的作用。合理的解释是，如果以0作为将生产外包给合适的公司进行生产所需要的最低成本，那么第一个结果似乎是合理的。实际上，当固定成本小到可以忽略不计时，生产品牌产品的厂商在考虑是否选择外包行为时，只需要在边际上比较自身生产和外包生产的相对利润贡献。第二个结论只是加强了不确定性情况下，C增加时自行生产的相对于外包生产利润贡献会增加。

为了理解需求不确定情况下厂商最优外包行为的含义，我们需要研究$X_C^o(K)$的性质。

引理**1** （1）$X_C^*(K)$对于C和K都是严格递增的。

（2）对于任何的$C \geqslant 0$，$X_C^*(K)$对于w是递减的，并且与γ无关。

证明：（1）如果$C = 0$，那么$\dfrac{\partial X_0^*(K)}{\partial K} = \dfrac{\varepsilon}{1-\varepsilon}\left(\dfrac{\beta}{w}\right)^{\frac{\beta\varepsilon}{1-\beta}} K^{\varepsilon-1} > 0$；

如果$C > 0$，根据等式（13），以及$F_C(X_C^*(K),K) = 0$和$F_C(X,K)$对于K是连续的，我们知道$X_C^*(K)$一定满足：

$$\begin{aligned} & X^{\frac{1}{\varepsilon}}\varepsilon(1-\varepsilon)^{\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}} + \left(\frac{\beta}{w}\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}}(1-\beta)K - C \\ & = \left(\frac{\beta(1-\varepsilon)}{w}\right)^{\frac{\beta(1-\varepsilon)}{1-\beta(1-\varepsilon)}}(1-\beta(1-\varepsilon))X^{\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}}K^{\frac{\alpha(1-\varepsilon)}{1-\beta(1-\varepsilon)}}. \end{aligned} \tag{14}$$

将等式（14）分别对 K 和 C 求导，我们可以得到

$$\frac{\partial X_C^*(K)}{\partial K}=\frac{1-\beta}{(1-\varepsilon)(X_C^*(K))^{\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}}}\left(\frac{\beta}{w}\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}}\frac{A^{-\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}}-1}{1-A^{\frac{(1-\beta)(1-\varepsilon)}{\varepsilon(1-\beta(1-\varepsilon))}}},$$

$$\frac{\partial X_C^*(K)}{\partial C}=\frac{1}{(1-\varepsilon)(X_C^*(K))^{\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}}}\frac{1}{1-A^{\frac{(1-\beta)(1-\varepsilon)}{\varepsilon(1-\beta(1-\varepsilon))}}},$$

其中，$A=\frac{X_0^*(K)}{X_C^*(K)}$。注意，对于任何严格正数 C，$A<1$。因此，对于任何 $K>0$，$\frac{\partial X_C^*(K)}{\partial K}$和$\frac{\partial X_C^*(K)}{\partial C}$都是严格正的，这意味着$X_C^*(K)$对于 K 和 C 都是严格单调递增的。

（2）利用等式（14），很容易证明

$$\frac{\partial X_0^*(K)}{\partial w}=-\frac{\beta\varepsilon}{w(1-\beta)}X_0^*(K),$$

$$\frac{\partial X_C^*(K)}{\partial w}=-\frac{K}{(X_C^*(K)(1-\varepsilon))^{\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}}}\left(\frac{\beta}{w}\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}}\frac{A^{-\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}}-1}{1-A^{\frac{(1-\beta)(1-\varepsilon)}{\varepsilon(1-\beta(1-\varepsilon))}}},$$

因为 $A<1$，以上两式都是严格负的。

引理 1 背后的经济含义是显而易见的。给定足够小的外包成本，如果生产品牌产品的厂商自身的生产能力能够满足市场需求，那么它就不需要外包生产，此时生产品牌产品的厂商启动外包行为的决策门槛是非常低的。当外包的成本变得相对较高时，厂商倾向于首先利用自身的生产能力，因而只有当需求水平足够高时，厂商才会采用外包方式进行生产。对于已有的资本投资，这一推理也同样适用。进一步，足够高的工资将会减少劳动雇佣。这也就意味着将会减少总产出，进而降低外包行为发生的需求边界值。因此，外包行为发生的需求边界值随着固定的外包成本和已投入资本的增加而增加，随着工资的增加而下降。

根据命题 2 的结论，给定 $K\geqslant 0$，厂商对于外包生产的选择为

$$(L^o(K),y^o(K))=\begin{cases}(\tilde{L}^o(K),\tilde{y}^o(K)), & \text{if}\quad X>X_C^*(K),\\ (L^n(K),0), & \text{if}\quad X\leqslant X_C^*(K).\end{cases}$$

在时期 1，厂商利润$\pi_C^o(K,L^o(K),y^o(K))$由下式给定

$$\pi_C^o(K,L^o(K),y^o(K))I_{\{X>X_C^*(K)\}}+\pi^n(K,L^n(K))I_{\{X\leqslant X_C^*(K)\}},\quad (15)$$

其中，

$$\pi_C^o(K, L^o(K), y^o(K)) = X^{\frac{1}{\varepsilon}}\varepsilon(1-\varepsilon)^{\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}} + \left(\frac{\beta}{w}\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}}(1-\beta)K - \gamma K - C,$$

$$\pi^n(K, L^n(K)) = \left(\frac{\beta(1-\varepsilon)}{w}\right)^{\frac{\beta(1-\varepsilon)}{1-\beta(1-\varepsilon)}}(1-\beta(1-\varepsilon))X^{\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}}K^{\frac{\alpha(1-\varepsilon)}{1-\beta(1-\varepsilon)}} - \gamma K.$$

在时期 0，厂商依据时期 0 的信息选择最优的生产能力投资以最大化期望利润。厂商在时期 0 所掌握的信息由 $F_0 = \{\varnothing, \Omega\}$给出，所以条件期望利润等同于期望利润。因此，厂商面对如下最大化问题

$$\max_{K \geqslant 0} E\left[\pi_C^o(K, L^o(K), y^o(K)) I_{\{X > X_C^*(K)\}} + \pi^n(K, L^n(K)) I_{\{X \leqslant X_C^*(K)\}}\right]. \tag{16}$$

命题 3 描述了存在外包可能性时厂商的最优资本投资选择。

命题 3 对于任何的 $C \geqslant 0$，存在一个最优的资本投资 K_C^o。而且，K_C^o 对于 C 递增，并且当 $C \to \infty$ 时，收敛于 K^n。这意味着 $K_0^o \leqslant K_C^o \leqslant K^n$。

证明：参见附录 A。

直觉上，如果一个生产品牌产品的垄断厂商能够利用外部资源进行基本生产，同时外包的固定成本不是特别高，那么该厂商将会减少自身的资本投资。实际上，过高外包成本将减少厂商的盈余，并可能使得厂商放弃外包选择。命题 3 表明如果存在外包可能，生产品牌产品的垄断厂商的资本投资会少于其他情况下的资本投资。但是，当固定外包成本增高时，外包生产的边际受益被抵减，因而厂商会增加资本投资。在极端的情况下，当外包的成本变得非常高时，存在外包可能性时的资本投资数量趋近于不存在外包可能性时的资本投资数量。

推论 3 和推论 4 直接来源于命题 3。

推论 3 如果外包是可能的，那么均衡时的最优外包产出数量和最优劳动雇佣数量为如下形式

$$L_C^o = \left(\left(\frac{\beta}{w}\right)^{\frac{1}{1-\beta}} K_C^o\right) I_{\{X > X_C^*(K_C^o)\}} + L^n(K_C^o) I_{\{X \leqslant X_C^*(K_C^o)\}},$$

$$y_C^o = \left((X(1-\varepsilon))^{\frac{1}{\varepsilon}} - \left(\frac{\beta}{w}\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}} K_C^o\right) I_{\{X > X_C^*(K_C^o)\}}.$$

因为$X_C^*(K)$对于 C 是严格递增的，显然 L_C^o 对于 C 是递增的，而 y_C^o 对于 C 是递减的。而且，当 C 变得足够大时，$X_C^*(K)$趋近于无穷大，因而，当 $C \to \infty$时，$L_C^o \longrightarrow L^n$，$y_C^o \longrightarrow 0$。

推论 4 （1）如果$\left(\frac{\gamma}{\alpha}\right)^{\alpha}\left(\frac{w}{\beta}\right)^{\beta} \geqslant 1$，那么 $K_0^o = 0$，$L_0^o = 0$，$y_0^o = 0$。而且，

当且仅当 $X=0$ a.s. 时，对于所有的 C 都有 $K_C^o=K^n$；

（2）如果$\left(\frac{\gamma}{\alpha}\right)^{\alpha}\left(\frac{w}{\beta}\right)^{\beta}<1$，并且

$$X^{\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}}\leqslant\frac{\alpha}{\gamma}\left(\frac{\beta}{w}\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}}E\left[X^{\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}}\right]\qquad \text{a.s.},\tag{17}$$

那么对于所有的 C，都有 $K_C^o=K^n$。相反，如果等式（17）不是几乎处处成立，那么 $K_0^o<K^n$。

证明：参见附录 B。

推论 4 意味着给定生产要素份额，如果每单位投入的复合要素价格足够大，以至于高出外包价格（本文中单位化为 1），那么生产品牌产品的垄断厂商将停止自己生产，并所有的基本生产全部外包出去。直觉上，过高的生产成本将会损害厂商的利润，因而当外包生产的成本与厂商自身生产的成本相比相对便宜时，厂商将会把所有的基本生产全部外包出去。进一步，推论 4（2）表明，只要任意一种要素的价格不是太高，厂商都会有自行生产。当我们在特定行业特征的背景下解释要素价格时，以上结论有助于我们深刻理解厂商对于生产模式的选择。实际上，如果很高的资本价格意味着厂商在一个资本密集型的行业进行生产，那么生产品牌产品的垄断厂商就会停止对自身生产能力的投资和自身生产。尤其是在厂商可以将生产中成本相对较高的部分外包出去而自己不进行固定资产投资的情况下，上述结论的直觉意义就更加明显。

进一步比较两种外包体制下的最优资本投资，我们可以发现外包的风险转移作用。也就是说，与其他情况相比，当垄断厂商能够将生产外包出去的时候，厂商的资本投资较少，进而当发生突然的需求冲击的时候，受到的影响就比较小。但是，在一些例外情况下，外包可能性的存在却不会起到任何作用，比如要素价格非常高，市场需求非常小或者是尽管要素价格不是非常高，但是市场需求的实现值非常接近厂商的预期的情况。

命题 4　对于任何 $C\geqslant 0$，K_C^o 和 L_C^o 对于 w 和 γ 都是递减的；而 y_C^o 对于 w 和 γ 都是递增的。

证明：参见附录 C。

直觉上，要素价格足够高时，生产品牌产品的垄断厂商将会减少其自身生产，而增加外包生产的数量。

在定理 1 中，我们总结了以上结果。定理 1 表明当存在不确定性时，外包生产具有帕累托改进效应；定理 1 还总结了外包可能性对于厂商最优资本投资的影响。

定理 1　外包可能性的存在减少了厂商的最优资本投资，同时增加了厂商

的期望利润。

四、结　　论

本文对于存在不确定性情况下的外包行为提供了一种新的解释。我们分析了在需求具有不确定性时，存在与不存在外包生产可能性的两种条件下，生产品牌产品的垄断厂商的最优资本投资决策。我们分析了生产品牌产品的厂商在存在不确定性的情况下外包基本生产并且选择最有资本投资数量的典型方式。我们关注的是未来需求的不确定性对于厂商的外包决策的影响及其具有固定成本的外包的可能性对厂商的最优资本投资的影响。我们证明了不确定情况下外包可能性的出现具有帕累托改进的性质。具体而言，不确定条件下的外包可能性使得厂商能够减少资本投资并且取得更高的期望利润。我们对于外包可能性存在与不存在两种情况下的成本结构作出了尽可能少的假设，发现了外包的准备成本与厂商自身资本投资之间的正向关系。而且，固定成本的增加提高了外包行为发生的需求边界值。我们的一些结论与许多关于不确定性下最优资本投资的研究结论相同：不存在外包可能性时，当生产品牌产品的垄断厂商预期到将来的需求会增加或者需求更具有波动性时，厂商将增加资本投资；而劳动份额的增加却将提高厂商对于生产能力的投资。

研究外包行为的文献日渐丰富，但是这些文献的研究主要基于成本差异的分析。本文的主要贡献是证明将需求的不确定性引入到生产品牌产品的垄断厂商的决策中补充了现有文献的不足。引入了不确定性的市场需求不但有利于我们分析最优资本投资，而且我们可以由此探讨外包行为的本质。即使基本的生产活动具有规模报酬不变的性质，需求的这种特征的引入也有助于我们深入了解外包行为。因此我们的模型广泛适用于品牌厂商将基本生产活动外包而自身专注于新产品开发的行业。我们认为半导体、计算机、移动电话、甚至是运动服和时装行业都是具有我们在模型中所描述的机制行业。我们对于厂商外包行为选择的全部分析都仅限于非核心性生产活动。我们可以通过引入不确定情况下生产能力投资以外的诸如产品创新一类的最优研发投资将讨论扩展到核心竞争力的外包。在 Lin，Tsai and Wu（2003）的文章中，我们讨论了在不确定性情况下，最优资本投资和最优研发投资之间的权衡问题。在这项研究中，我们假设资本和知识的积累具有线性调整成本。我们还考虑了服从随机过程的不确定的需求。在这样的设定下，我们的研究有助于深入理解“生产或购买”的决定背景以及什么样的生产活动会被外包出去。下一步需要研究的是在生产能力和研发两方面都进行投资的品牌厂商对于外包可能性的反应。值得指出的是，这项研究成果为以后对双重外包环境中研发投资和特殊关系投资的最优决策研究提供了一种思路。

附录 A

由于假定 X 是一个绝对连续的正的随机变量，且其概率密度函数为 $f(x)$，根据（15）式，我们将垄断厂商的期望利润写为：

$$\begin{aligned} G_C(K) := & E[\pi_C^o(K, L^o(K), y^o(K)) I_{\{X > X_C^*(K)\}} + \pi^n(K, L^n(K)) I_{\{X \leqslant X_C^*(K)\}}] \\ = & \varepsilon(1-\varepsilon)^{\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}} \int_{X_C^*(K)}^{\infty} x^{\frac{1}{\varepsilon}} f(x) \mathrm{d}x + \left(\frac{\beta}{w}\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}} (1-\beta) K \int_{X_C^*(K)}^{\infty} f(x) \mathrm{d}x \\ & + \left(\frac{\beta(1-\varepsilon)}{w}\right)^{\frac{\beta(1-\varepsilon)}{1-\beta(1-\varepsilon)}} (1-\beta(1-\varepsilon)) K^{\frac{\alpha(1-\varepsilon)}{1-\beta(1-\varepsilon)}} \int_0^{X_C^*(K)} x^{\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}} f(x) \mathrm{d}x \\ & - \gamma K - CP[X > X_C^*(K)]. \end{aligned} \tag{18}$$

我们通过以下四步证明命题 3：

步骤 1　证明 K_0^o 的存在性。给定 $C=0$，将（18）式对 K 求导，可以得到：

$$G_0'(K) = (1-\beta)\left(\frac{\beta}{w}\right)^{\frac{\beta(1-\varepsilon)}{1-\beta(1-\varepsilon)}} (1-\varepsilon)^{\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}} K^{\frac{-\varepsilon}{1-\beta(1-\varepsilon)}} U_0(K), \tag{19}$$

其中，

$$\begin{aligned} U_0(K) = & E\left[\left(X^{\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}} - X_0^*(K)^{\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}}\right) I_{\{X \leqslant X_0^*(K)\}}\right] \\ & + X_0^*(K)^{\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}} \left(1 - \left[\left(\frac{\gamma}{\alpha}\right)^{\alpha} \left(\frac{w}{\beta}\right)^{\beta}\right]^{\frac{1}{\alpha}}\right). \end{aligned} \tag{20}$$

我们分两种情况对于等式（20）进行讨论。

（i）$\left(\frac{\gamma}{\alpha}\right)^{\alpha}\left(\frac{w}{\beta}\right)^{\beta} \geqslant 1$。

当 $K>0$ 时，等式（20）的第一项是严格负的，所以如果 $\left(\frac{\gamma}{\alpha}\right)^{\alpha}\left(\frac{w}{\beta}\right)^{\beta} \geqslant 1$，那么对于任何的 $K>0$，都有 $G_0'(K)<0$。这就意味 $G_0(K)$ 在 $K=0$ 处取得了全局最大值，即 $K_0^o=0$。

（ii）$\left(\frac{\gamma}{\alpha}\right)^{\alpha}\left(\frac{w}{\beta}\right)^{\beta} < 1$。

因为 X 是一个连续的随机变量，并且由于

$$U_0'(K) = M_1 K^{-\frac{(1-\beta)(1-\varepsilon)}{1-\beta(1-\varepsilon)}} \left(P[X \geqslant X_0^*(K)] - \left[\left(\frac{\gamma}{\alpha}\right)^{\alpha} \left(\frac{w}{\beta}\right)^{\beta}\right]^{\frac{1}{\alpha}}\right),$$

其中，M_1 是一个正的常数。显然，存在 $K^*>0$ 使得：

（a）对于所有的 $K<K^*$，有 $U_0'(K) \geqslant 0$，并且对于足够小的 K，有 $U_0'(K)>0$。

（b）对于所有的 $K>K^*$，有 $U_0'(K) \leqslant 0$，并且对于足够大的 K，存在常数 $E>0$，使得

$$P[X \geqslant X_0^*(K)] - \left[\left(\frac{\gamma}{\alpha}\right)^{\alpha} \left(\frac{w}{\beta}\right)^{\beta}\right]^{\frac{1}{\alpha}} < -E.$$

由（a）以及$U_0(0)=0$，我们发现如果$0<K\leqslant K^*$，有$U_0(K)>0$。而且因为$U_0'(K)$中K的幂等于$-\frac{(1-\varepsilon)(1-\beta)}{1-\beta(1-\varepsilon)}\in(-1,0)$，所以$U_0'(K)$在（$K^*,\infty$）上是不可积的。因而，由（b），我们知道得到当$K\to\infty$时，$U_0(K)\to-\infty$。因此，存在惟一的$K_0^o>K^*$，使得$U_0(K_0^o)=0$，从而有$G_0'(K_0^o)=0$。因此，$G_0(K)$在$K_0^o\in(0,\infty)$处取得全局最大值。

步骤 2 证明K_C^o对于任意C的存在性。将等式（18）对K求导，可以得到

$$G_C'(K)=M_2K^{-\frac{\varepsilon}{1-\beta(1-\varepsilon)}}U_C(K),\tag{21}$$

其中，M_2是一个正的常数，并且

$$U_C(K)=U_0(K)+E\left[\left(X^{\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}}-X_0^*(K)^{\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}}\right)I_{\{X_0^*(K)<X<X_C^*(K)\}}\right].\tag{22}$$

有$F_C(X_C^*(K),K)=0$，而且由步骤 1 我们知道，当$K\to\infty$时，$U_0(K)\to-\infty$。而且，我们注意（22）式中的第二项是严格正的，并且因为$E[X^{\frac{1}{\varepsilon}}]<\infty$，这一项是有界的。因此，当$K$足够大时，$U_C(K)<0$。考虑到$U_C(0)\geqslant0$，我们可以发现存在一个使得$U_C(K)$等于零的点，这个点也就是$G_C(K)$的全局最大值点。这样，我们就证明了$K_C^o$对于任意$C$的存在性。

步骤 3 证明K_C^o的单调性。从（21）式我们可以得到，对于固定的K，$C_1>C_2\geqslant0$，有

$$G_{C_1}'(K)-G_{C_2}'(K)=M_2K^{-\frac{\varepsilon}{1-\beta(1-\varepsilon)}}(U_{C_1}(K)-U_{C_2}(K)).$$

由引理 1 得到$X_0^*(K)<X_{C_2}^*(K)<X_{C_1}^*(K)$。这意味着

$$U_{C_1}(K)-U_{C_2}(K)=E\left[\left(X^{\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}}-X_0^*(K)^{\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}}\right)I_{\{X_{C_2}^*(K)<X<X_{C_1}^*(K)\}}\right]>0$$

因此，对于所有的K，有

$$G_{C_1}'(K)>G_{C_2}'(K).\tag{23}$$

由步骤 2 的结果我们知道$G_{C_2}(K)$至少有一个局部极大值（在$G_{C_2}'(K)=0$处得到）。为了简化起见，我们假设$G_{C_2}(K)$有两个局部极大值点：即K_1和K_2，并且$K_1<K_2$（对于存在一个和n个局部极大值点的情况，证明类似）。

（i）$K_{C_2}^o=K_1=0$。

显然，$K_{C_1}^o\geqslant0=K_{C_2}^o$。

（ii）$K_{C_2}^o=K_1>0$，即，$G_{C_2}(K_1)\geqslant G_{C_2}(K_2)$。

由（23）以及对于所有的$K<K_1$，都有$G_{C_2}'(K)>0$，可知对于所有的$K\leqslant K_1$，都有$G_{C_1}'(K)>G_{C_2}'(K)\geqslant0$。根据步骤 2，我们知道$G_{C_1}'(K)=0$至少有一个解。另外，因为对于所有的$K<K_1$，都有$G_{C_1}'(K)>0$，所以所有使得$G_{C_1}'(K)$为零的点都大于$K_1$，即，$K_{C_1}^o>K_1=K_{C_2}^o$。

（iii）$K^o_{C_2}=K_2$，即，$G_{C_2}(K_1)<G_{C_2}(K_2)$。

由$G_{C_2}(K_2) = G_{C_2}(K_1)+\int_{K_1}^{K_2}G'_{C_2}(K)\mathrm{d}K$ 我们有

$$\int_{K_1}^{K_2}G'_{C_2}(K)\mathrm{d}K > 0. \tag{24}$$

假设$G_{C_1}(K)$的全局最大值点 $K^o_{C_1}$ 小于 $K^o_{C_2}=K_2$。由（23）式，我们知道对于所有的 $K<K_1$，$G'_{C_1}(K)>G'_{C_2}(K)>0$ 成立。因此，在 K_1 和 K_2 之间存在$G'_{C_1}(K)=0$ 的解，用 $K^o_{C_1}$表示。而且，因为当 K 足够大时，$G'_{C_1}(K_2)>G'_{C_2}(K_2)=0$ 和$G'_{C_1}(K)<0$ 成立（见步骤 2），所以$G_{C_1}(K)$至少有一个大于 K_2 的局部极大值点，用 $\overline{K}$ 表示。由（23）式和（24）式，我们可以得到

$$\begin{aligned}G_{C_1}(\overline{K}) &= G_{C_1}(K^o_{C_1})+\int_{K^o_{C_1}}^{\overline{K}} G'_{C_1}(K)\mathrm{d}K > G_{C_1}(K^o_{C_1})+\int_{K^o_{C_1}}^{K_2} G'_{C_1}(K)\mathrm{d}K \\ &> G_{C_1}(K^o_{C_1})+\int_{K^o_{C_1}}^{K_2} G'_{C_2}(K)\mathrm{d}K > G_{C_1}(K^o_{C_1}) \\ &+\int_{K_1}^{K_2}G'_{C_2}(K)\mathrm{d}K > G_{C_1}(K^o_{C_1}),\end{aligned}$$

上面的结果明显与 $K^o_{C_1}$是$G_{C_1}(K)$的全局最大值点相矛盾。这意味着 G_{C_1}（K）的全局最大值点一定大于 K_2，即，$K^o_{C_1}>K_2=K^o_{C_2}$。

由此得出：当 $C_1>C_2$ 时，$K^o_{C_1}>K^o_{C_2}$。即，K^o_C 对 C 单调递增。

步骤 4　由（15）式以及当 $C\rightarrow\infty$ 时，$X^*_C(K)\longrightarrow\infty$，很容易证明当 $C\rightarrow\infty$ 时，$G_C(K)\longrightarrow E[\pi^n(K,L^n(K))]$。而且，由步骤 3 我们知道 K^o_C 对 C 单调递增，因此，对于所有的 C，$K^o_C\leqslant K^n$。

附录 B

（1）$\left(\frac{\gamma}{\alpha}\right)^{\alpha}\left(\frac{w}{\beta}\right)^{\beta}\geqslant 1$ 。

由命题 1 的结论和附录 A 中的步骤 1，我们知道当且仅当 $X=0$ a. s. 时，$K^n=K^o_0=0$。

（2）$\left(\frac{\gamma}{\alpha}\right)^{\alpha}\left(\frac{w}{\beta}\right)^{\beta}<1$ 。

根据附录 A 中的步骤 1，很容易证明$G'_0(K)=0$ 有两个不同的解，即 0 和 K^o_0，并且

$$G'_0(K)\begin{cases}>0, & \text{if} \quad K\in(0,K^o_0),\\ <0, & \text{if} \quad K>K^o_0.\end{cases} \tag{25}$$

因此，当且仅当

$$G_0'(K^n)=\frac{\gamma}{E[X^{\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}}]}E[((X_0^*(K^n))^{\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}}-X^{\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}})I_{\{X\geqslant X_0^*(K^n)\}}]=0.$$

时，$K^n=K_0^o$ 成立。

这意味着当且仅当 $(X_0^*(K^n)^{\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}}-X^{\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}})I_{\{X\geqslant X_0^*(K^n)\}}=0$ a. s. 时，即 $X^{\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}}\leqslant X_0^*(K^n)^{\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}}=\frac{\alpha}{\gamma}\left(\frac{\beta}{w}\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}}E[X^{\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}}]$ a. s. 时，$K^n=K_0^o$ 成立。

附录 C

将 $G_C'(K)$ 分别对 w 和 γ 求导，可以得到

$$\begin{aligned}\frac{\partial G_C'(K)}{\partial w}=&-M_2K^{-\frac{\varepsilon}{1-\beta(1-\varepsilon)}}\left\{\frac{\beta}{w(1-\beta)}(X_0^*(K))^{\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}}\int_{X_C^*(K)}^{\infty}f(x)\mathrm{d}x\right.\\&+\frac{\beta(1-\varepsilon)}{w(1-\beta(1-\varepsilon))}\int_0^{X_C^*(K)}x^{\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}}f(x)\mathrm{d}x\\&\left.-((X_C^*(K))^{\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}}-(X_0^*(K))^{\frac{1}{1-\beta(1-\varepsilon)}})f(X_C^*(K))\frac{\partial X_C^*(K)}{\partial w}\right\},\end{aligned}$$

$$\frac{\partial G_C'(K)}{\partial\gamma}=-1,$$

以上两式全部为负。采用与附录A步骤3中类似的证明方法，可知 K_C^o 对 w 和 γ 都是单调递减的。L_C^o 和 y_C^o 的性质直接来源于推论3。

参 考 文 献

［1］ Abel，Andrew B.，Avinash K. Dixit，Janice C. Eberly and Robert S. Pindyck，"Options，the Value of Capital，and Investment"，*Quarterly Journal of Economics*，1996，111(3)，753—777.

［2］ Abraham，Katharine G. and Susan K. Taylor，"Firm's Use of Outside Contractors: Theory and Evidence"，*Journal of Labor Economics*，1996，14(3)，394—424.

［3］ Caballero，Ricardo，"On the Sign of the Investment-uncertainty Relationship"，*American Economic Review*，1991，81(1)，279—288.

［4］ Chung，Kai Lai，*A First Course in Probability*，Second Edition. Academic Press，2000.

［5］ Dixit，Avihash K. and S. Pindyck Robert，"Expandability，Reversibility，and Optimal Capacity Choice"，National Bureau of Economic Research Working Paper，No. 6373. 1998.

［6］ Domberger，Simon，*The Contracting Organization*: *A Strategic Guide to Outsourcing*. Oxford University Press，1998.

［7］ Feenstra，Robert C. and Gordon H. Hanson，"Globalization，Outsourcing and Wage Inequality"，*American Economic Review*，1996，86(2)，240—245.

［8］ Feenstra，Robert C. and Gordon H. Hanson，"The Impact of Outsourcing and High-technology Capital on Wages: Estimates for the United States，1979—1990"，*Quarterly Journal of Economics*，1999，114(3)，907—940.

[9] Föllmer，Hans and Alexander Schied，*Stochastic Finance*：*An Introduction in Discrete Time*. Walter de Gruyter，2002.

[10] Glass，Amy Jocelyn and Kamal Saggi，"Innovation and Wage Effects of International Outsourcing"，*European Economic Review*，2001，45，67—86.

[11] Grossman，Gene and Elhanan Helpman（2002a），"Outsourcing in a Global Economy"，National Bureau of Economic Research Working Papers，No.8728，January 2000.

[12] Grossman，Gene and Elhanan Helpman（2002b），"Integration versus Outsourcing in Industry Equilibrium"，*Quarterly Journal of Economics*，2002，117(1)，85—120.

[13] Gruber，Herald，"Market Structure，Learning and Product Innovation：Evidence for the EPROM Market"，*International Journal of the Economics of Business*，1995，2(1)，87—101.

[14] Gruber，Herald，"Learning-by-doing and Spillovers：Further Evidence for the Semiconductor Industry"，*Review of Industrial Organization*，1998，13(6)，697—711.

[15] Gruber，Herald，"The Evolution of Market Structure in Semiconductors：The Role of Product Standards"，*Research Policy*，2000，29(6)，725—740.

[16] Hartman，Richard，"The Effects of Price and Cost Uncertainty on Investment"，*Journal of Economic Theory*，1972，5(2)，258—266.

[17] Irwin，D. A.，and P.J. Klenow，Learning-by-doing Spillovers in the Semiconductor Industry"，*Journal of Political Economy*，1994，102(6)，1200—1227.

[18] Lee，Jaewoo and Kwanho Shin，"The Role of a Variable Input in the Relationship between Investment and Uncertainty"，*American Economic Review*，2000，90(3)，667—680.

[19] Levhari，David and Yoram Peles，"Market Structure，Quality and Durability"，*The Bell Journal of Economics and Management Science*，1973，4(1)，235—248.

[20] Lin，Justin Y.，Yingyi Tsai and Ching-Tang Wu，"Product Innovation，and Optimal Capital Investemnt under Uncertainty"，University of Kaohsiung，2003.

[21] Pindyck，Robert S.，"Irreversible Investment，Capacity Choice，and the Value of the Firm"，*American Economic Review*，1988，78(5)，969—985.

[22] Pindyck，Robert S.，A Note on Competitive Investment under Uncertainty"，*American Economic Review*，1993，83(1)，273—277.

[23] Quinn，James Brian，and Frederick G. Hilmer，"Strategic Outsourcing"，*Sloan Management Review*，1994，43—55.

[24] Sandmo，Agnar，"On the Theory of the Competitive Firm under Price Uncertainty"，*American Economic Review*，1971，61(1)，65—73.

[25] Shy，Oz and Rune Stenbacka，"Strategic Outsourcing"，*Journal of Economoic Behavior and Organization*，2003，50，203—224.

[26] The New York Times，"Specialization is the Rage"，June 19，2003.

[27] Van Mieghem，J.，"Coordinating Investment，Production and Subcontracting"，*Management Science*，1999，45，954—971.

[28] Williamson，Oliver E.，*The economic institutions of capitalism*. Free Press，1985.

Optimal Capital Investment, Uncertainty and Outsourcing

JUSTIN YIFU LIN
(*Peking University*)
YINGYI TSAI and CHING-TANG WU
(*University of Kaohsiung*)

Abstract This paper provides an uncertainty-based explanation for outsourcing. We study a brand-producing firm's choice of optimal capital investment both with and without the possibility to outsource under uncertainty. We show that in the presence of uncertainty outsourcing is Pareto-improving and that a brand-producing monopolist reduces its fixed-asset investment if outsourcing is possible. We also show that the cost of undertaking outsourcing can have a significant impact on the monopolist's choices of optimal capital investment and outsourcing quantity.

JEL Classification D24, E22, L23