

违约风险与贷款定价： 一个基于期权方法和软预算约束的新模型

金雪军 毛捷*

摘要 由于忽视了软预算约束导致的“优先原则”不成立以及由此产生的还贷道德风险等现实问题，贷款定价传统期权方法在中国的适用性受到了影响。通过引入信贷合同效率，本文构造了二维违约风险，并据此建立了贷款定价的新模型。新模型解决了上述问题，得到以下结论：第一类与第二类违约风险的联动对贷款定价的影响是不确定的，第一类与第二类违约风险相关度越高则贷款定价越低，贷款期限与贷款定价之间的关系受违约风险构成的影响等。

关键词 违约风险，贷款定价，软预算约束

一、引言

随着利率市场化的推进、资本市场的逐步开放以及银行业与国际接轨的不断深入，我国银行业加强风险管理变得十分重要，对银行信贷风险的深入研究是不能回避的任务。与此同时，斯蒂格利茨和格林沃尔德（2005）指出银行的一项重要功能是判定谁可能违约，并依此决定信贷供给，因此银行在决定经济活动方面是至关重要的，是货币政策的微观基础¹，所以研究银行信贷决策与违约风险不仅能够剖析金融机构的微观行为进而提高金融市场的效率，而且还为货币政策理论的发展提供了新的突破口。在此大背景下，研究违约风险与银行贷款定价是一项重大课题，对于我国银行业增强风险监控和管理、完善我国货币政策机制而言均具有重要意义。

违约风险与银行信贷决策紧密相关。违约风险的存在降低了信贷合同的价值（借鉴 Jarrow and Turnbull, 1995）²，因而影响银行的信贷决策。关于违约风险与贷款定价，国内研究的主要贡献在于对违约风险度量方法的整理（侯光明和张燃，2005；马若微和唐春阳，2005），理论研究相对较少（王化

* 金雪军，浙江大学经济学院，浙江大学江万龄金融与投资研究中心；毛捷，浙江大学经济学院。通讯作者及地址：金雪军，浙江省杭州市浙大路38号浙江大学经济学院，310027；电话：13605708029；E-mail：cec_xj@zju.edu.cn。作者感谢匿名评审人提供的宝贵意见，感谢浙江大学经济学院张学勇博士给予本文的建议。

¹ 约瑟夫·斯蒂格利茨、布鲁斯·格林沃尔德著，《通往货币经济学的新范式》，陆磊、张怀清译。北京：中信出版社2005年版，第4—5页。

² 证明见附录。

锋等, 2002; 王俊寿, 2004; 戴国强和吴许均, 2005)。相比之下, 国外的理论研究比较丰富, 包括 Black-Scholes-Merton 方法 (Merton, 1974, 1977)、线性因素方法 (Feder, 1980; Repullo and Suarez, 2004)、易损期权方法 (Johnson and Stulz, 1987)、违约支付率方法 (Jarrow and Turnbull, 1995)、合同条款方法 (Johnson, 1967; Boot, Thakor and Udell, 1991)、信用评级方法 (Orgler, 1970; Stein, 2005) 以及常量方法 (Gambacorta, 2004) 等。

其中, (1) Black-Scholes-Merton 方法用债务企业的价值刻画违约风险, Merton (1974) 在 Black and Scholes (1973) 期权定价方法的基础上, 将债务企业的股权价值视为对于企业股东而言的一份标准欧式看涨期权, 而债务价值就等于债务企业总价值与债务企业股权之期权价值的差额, Merton (1977) 沿用 Merton (1974) 的思路, 研究银行存款保险与贷款担保的定价问题, 为应用期权方法对具有违约风险的债务进行定价提供了一个明确的思路。(2) 线性因素方法假定贷款定价的违约风险是某些相互独立因素的线性组合, 其研究方法可以分为两大类 (Feder, 1980): 内生违约风险与外生违约风险。例如, Feder (1980) 设计的违约概率是将违约风险内生化为借款人贷款资金使用结果的一元线性函数, 此外 Repullo and Suarez (2004) 在研究《巴塞尔新资本协议》对银行贷款定价的影响时, 其所设定的违约风险使用的也是线性因素方法, 即违约风险是债务企业财务脆弱度与系统风险的线性组合, 金雪军和毛捷 (2006) 对《巴塞尔新资本协议》下贷款模型的修正同样采用了此类方法刻画违约风险。(3) 易损期权方法 (多维 Black-Scholes-Merton 方法) 基于期权本身也存在违约风险的思想 (Johnson and Stulz, 1987), 将违约风险与两个变量建立联系——期权原生资产价值 (如债务企业价值) 与期权签发者价值, 因此贷款定价的普通期权定价公式只是其中的一种特例。(4) 违约支付率方法用违约支付率作为违约风险的代理变量 (Jarrow and Turnbull, 1995), 利用外汇期权定价方法, 在无套利定价原理 (APT) 框架下, 分别研究了离散模型与连续时间模型下两类违约风险 (原生资产违约和期权债务签发者违约) 的债务期权定价。(5) 合同条款方法假定贷款合同条款, 如贷款期限、贷款担保或抵押类型等, 决定了银行贷款违约风险, 例如传统观点认为期限越长、违约风险越大, 因为期限越长, 债务人行为恶化的可能性越大, 违约风险越大, 但也有学者认为违约风险是债务期限的非增函数, 因为短期债券存在内在缺陷 (Johnson, 1967)。关于贷款抵押对违约风险的作用, Boot, Thakor and Udell (1991) 支持贷款道德风险越大借款人提供抵押也越多的观点 (Besanko and Thakor, 1987a, 1987b; Chan and Kanas, 1985; Bester, 1985), 但也发现贷款合同签订前的信息不对称 (借款者的私人信息) 对贷款风险越大借款人提供抵押越多的观点没有给出确定的支持或不支持。值得注意, 合同条款与违约风险之间的关系并非单向, 而是相互决定的, 因此合同条款与违约风险之间存在内生性问题。(6) 信用评级方法

的思想源自违约风险的财务指标衡量方法，即利用债务企业财务指标来刻画信贷活动的违约风险 (Altman, 1968, 1974, 1989; Orgler, 1970; Altman and Saunders, 1997; Altman and Suggitt, 2000; Crouhy *et al.*, 2000), Stein (2005) 基于信用评级模型，利用 ROC 曲线³ 来研究银行贷款定价与违约风险。(7) 常量方法假定违约风险是一个常量，如 Gambacorta (2004) 基于从 20 世纪 80 年代末至 21 世纪初意大利银行业的一些程式化事实，构建了寡头垄断市场结构下银行存贷款定价的一个线性模型，规划均衡解以及各变量对均衡定价的理论影响如图 1。

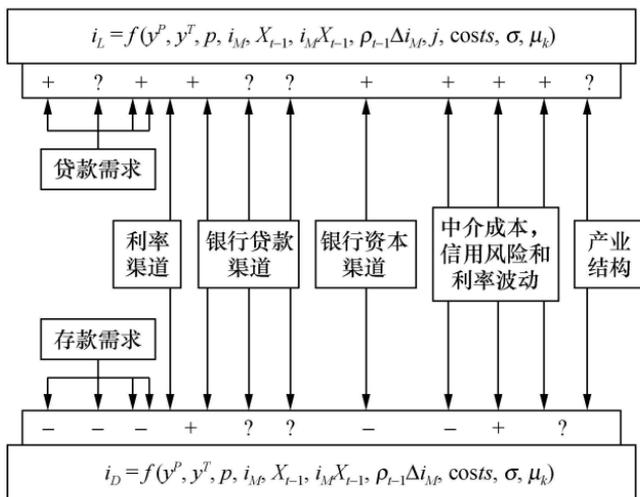


图 1 常量违约风险下的银行贷款定价模型

注：该图引自 Gambacorta (2004) 附录的图 3。

常量方法虽然大大简化了模型的处理，但与现实不符，对违约风险的理解过于简单，所能反映的信息也很少。仍以 Gambacorta (2004) 为例，该模型得到了贷款定价与银行贷款渠道、银行资本渠道以及货币政策之间关系的丰富结论，但违约风险与贷款定价之间的关系却很简单，违约风险与物价水平、基准利率和贷款成本等因素毫无区别。此外，直接研究违约风险与贷款定价的实证文献不多，Angbazo (1997) 分析了违约风险与利率风险对银行净利息收益的影响。他将违约风险与利率风险作为主要的解释变量，检验并证实了如下假说：违约风险越大，银行就会要求越高的净利息收益（贷款利率）。

根据已有文献，我们发现具有违约风险的贷款定价非期权方法存在以下一些缺陷：或只能间接地刻画违约风险，或违约风险的刻画过于复杂、不够直观。而相比之下，Merton (1974) 等开创的期权方法具有显著优势：⁴

³ ROC 曲线全名 the receiver operator characteristic curve, 中文称之为“受试者作业特征曲线”，能够很好地反映不同阈值下变量的敏感性与特异性，是统计学里常用的分析工具。

⁴ 以下称之为贷款定价的传统期权方法。

(1) 对贷款违约风险的刻画十分直观,抓住了影响违约风险的主要因素——债务人价值,通过决定债务企业直接还贷能力的债务人价值变化来反映违约风险的大小;(2)模型导出的定价公式具有良好性质,且能得到与直觉基本一致的丰富结论;(3)由于 Black-Scholes 期权定价公式可计量,便于实证检验。

但是,贷款定价的传统期权方法仍存在问题:(1)债务人价值没有考虑市场的非有效性,导致模型导出的定价与实际不符(1998年 LTCM 对冲基金破产的主要因素)。(2)对违约风险的理论刻画不适用于发展中国家,Merton 等在“优先原则”下假定债务人价值大于到期债务偿还额就不存在违约风险,而当债务人价值低于到期债务偿还额时就会发生违约。事实并非如此简单,“优先原则”并不是必然成立的:由于我国处于经济转型期,银行业面临软预算约束问题(廖国民,2004;段文斌、张红星,2005),某些企业(比如部分国有企业)的融资存在预算软约束⁵,商业银行贷款给这类企业,当企业违约时,商业银行不能接管该企业的所有资产,这就违背了传统期权定价方法的前提条件——“优先原则”。(3)没有考虑信息问题,当“优先原则”不成立时,就算债务人价值大于到期债务偿还额时也会存在违约风险,这是由于信贷市场存在信息不对称(Jaffee and Russell, 1976; Stiglitz and Weiss, 1981),即使企业有完全偿付能力,也可能只偿还一部分贷款本息,实际偿还额取决于信贷契约的效率。

将这些因素考虑进去,已有文献所得结论的可靠性就会下降。为了优化具有违约风险的贷款定价模型,必须解决这些问题。就第一个问题而言,Marjunder (2006)已经解决了市场有效性对债务企业价值的影响,通过区分企业特有因素和市场敏感因素,从债务企业股权价值中剔除了市场运动的影响,得到了基于企业基本价值的股权价值,即有效市场下企业的股权价值。但是,对第二和第三个问题的研究还不多,商业银行如何在“优先原则”不成立且存在道德风险的信贷市场中运用符合市场实际情况的期权方法完成贷款定价,仍有待研究,而这正是本文试图解决的问题。

根据我国银行业面临的实际情况,本文将信贷合同效率引入贷款违约风险中,使之与传统的债务企业价值组成一个新的二维违约风险,建立了违约风险与贷款定价的一个两资产择差期权模型。本文以下内容的结构安排如下:第二部分考虑我国银行业存在的软预算约束和信贷市场存在的信息不对称,拓展贷款违约风险的理论刻画,并建立一个贷款定价新模型;第三部分根据建立的模型展开具体分析,论证了新模型下违约风险与贷款定价决策之间存在的丰富关系;第四部分是全文的结论。

⁵ 关于预算软约束,参见平新乔(1998)、钟伟和宛圆渊(2001)、林毅夫和李志(2004)。

二、模型的建立

为了解决上述问题，必须根据我国实情完善信贷市场违约风险的理论刻画。考虑到我国银行业存在的软预算约束（廖国民，2004；段文斌、张红星，2005），“优先原则”不成立，即债务企业价值低于贷款到期日应偿还额时，银行不能对其进行破产处理并接管其所有资产，只能借助信贷合同催回部分欠款，其中可催回欠款的数额取决于信贷合同的效率，而由于信贷市场存在信息不对称，信贷合同的效率将不可避免地受到道德风险的影响。但是，当债务企业价值过低时——低于通过信贷合同可催回的欠款，资产管理公司（AMF）将对债务企业的不良资产进行处理，以保证银行能够收回不良资产部分变现额，减少损失。因此，当“优先原则”不成立时，贷款的违约风险除了与债务企业价值这一变量有直接关联之外，还与信贷合同的效率紧密相关。

信贷合同的效率取决于金融契约的机制设计和银行对债务企业的监督，信贷合同的效率越高，即金融契约的机制设计越合理、银行对契约执行的监督力度越强，银行从债务企业那里可催回的贷款金额就越接近合同规定的应偿付额，违约风险越低；反之，可催回额与应偿付额之间的差额越大，违约风险越高。这意味着信贷合同效率越高，银行对实际偿付额的预测越精确，从而对违约风险的控制力也越强。因此，在考虑违约风险的贷款定价模型中，信贷合同效率是与债务企业价值同等重要的一个变量，对贷款合同期权价值的最终收益也具有影响。由于信贷合同的效率与银行从债务企业那里可催回的贷款金额有对应关系，可用贷款可催回额作为信贷合同效率的一种度量，即贷款可催回额越接近合同规定的应偿付额，信贷合同的效率越高，反之则反是。

综上，贷款定价模型中的违约风险至少应包含以下两类因素：债务企业价值与贷款可催回额。下文的论证将说明通过引入信贷合同效率和贷款可催回额，可以较好地解决贷款定价传统期权方法存在的不足。这里需要指出的是，这两类违约风险因素既有联系，又存在差别。一方面，信贷合同效率与债务企业价值之间可以是互相促进的：由于控制道德风险能够激励代理人做出更大的努力，信贷合同效率高就意味着银行对债务企业的监督力度强，债务企业会更努力地完成贷款项目，因此贷款项目收入和债务企业价值也高；同时，债务企业价值高，债务企业的贷款偿付能力强，信贷合同的效率也有了保障。另一方面，由于各自的主要决定因素不同——贷款项目的收益与风险决定债务企业价值、金融契约的机制设计与银行对债务企业的监督力度决定信贷合同的效率，债务企业价值与信贷合同效率之间的关系也可以是不确定的，既可以出现信贷合同效率高（即银行通过严厉的监督，及时收回贷

款),但债务企业价值低的情况,也可以是债务企业价值不低,但信贷合同的效率低下。由于这两类违约风险因素之间的关联是部分的,必须同时考虑它们对贷款违约风险的影响。

根据上述说明,假定银行 i 在时刻 $t=0$ 贷款给债务企业 j , 债务企业将贷款用于项目投资, 贷款到期日 t_T 债务企业应偿还贷款额 D (贷款到期一次还本付息), 银行根据信贷活动的收益 (D) 与风险 (主要是违约风险) 做出贷款定价决策。其中, 违约风险因素之一的债务企业价值设为 $V(t)$ (股利为 q)⁶, 其中 $V(t) \geq 0$ 且 $t \in [0, t_T]$; 另一个违约风险因素信贷合同的效率设为 $R(t)$ ⁷, 其度量变量贷款可催回额设为 $B(t) = f(R(t), D)$, 其中 $f'_R > 0, B(t) \in (0, D]$ ⁸。这里 $V(t)$ 和 $B(t)$ (也即 $R(t)$) 均为随机变量, 且都符合几何布朗运动 $dV(t) = V(t)\mu_1 dt + V(t)(\sigma_{11} dz_1 + \sigma_{12} dz_2), dB(t) = B(t)\mu_2 dt + B(t)(\sigma_{22} dz_2 + \sigma_{23} dz_3)$ 。⁹

因此, 上述两类违约风险因素可做如下细化: (1) $V(t) < D$, 即债务企业资不抵债, 这是传统期权定价方法规定的违约风险, 我们称之为第一类违约风险; (2) $B(t) < D$, 贷款可催回额低于应偿付额, 此时即“优先原则”不成立下存在贷款偿付道德风险, 我们称之为第二类违约风险。

根据 Merton (1977) 的思想, 具有上述违约风险的贷款合同最终收益可做如下刻画。

表 1 具有违约风险的贷款合同最终收益的刻画

债务企业价值 $V(t_T)$	到期实际偿还 $B(t_T)$	借款人违约行为	银行最终收益
$V(t_T) \geq D \geq B$	$B(t_T) = D$	不违约	D
	$B(t_T) < D$	第二类违约风险	$B(t_T)$
$V(t_T) < D$	$B(t_T) \leq V(t_T) < D$	第一类违约风险 + 第二类违约风险	$B(t_T)$
	$V(t_T) = B(t_T) < D$ ¹	第一类违约风险或第二类违约风险	$V(t_T) = B(t_T)$

注: 贷款可催回额不会超过债务企业价值, 因此不会出现 $V(t_T) < B(t_T)$ 的情况。

由表 1, 银行贷款的最终收益是 $P = V(t_T) - \max\{V(t_T) - \min\{B(t_T), D\}, 0\}$, 该式等价于 $P = \min\{V(t_T), B(t_T)\}$, 根据最终收益的上述形式, 可

⁶ 这里的 $V(t)$ 是经过 Majumder (2006) 修正后的企业价值。

⁷ 考虑到银行对债务企业的监督能力随时间会发生变化而不是一个常量, 因此假设信贷合同的效率也是一个随机变量。

⁸ $B(t)$ 不能等于 0, 因为理性的银行不会贷款给贷款可催回额为 0 的借款人。

⁹ 考虑到债务企业价值 V 与信贷合同效率 R 部分相关, 因此设计一个共同影响因子 dz_2 , 而 dz_1 和 dz_3 分别是 V 与 R 独有的影响因子。之所以假设它们符合几何布朗运动, 一方面是为了方便模型的建立, 另一方面是因为几何布朗运动是一种比较常见的随机过程, 具有普遍性。

用期权方法来刻画贷款合同价值的动态过程。根据假定， $V(t)$ 和 $B(t)$ 均服从几何布朗运动，因此具有违约风险的贷款合同价值是一个两资产择差期权。根据姜礼尚（2003：第 216 页）关于两资产择好期权的定价公式，我们可以得到贷款的两资产择差期权定价公式。

引理 1 两种资产 S_1 和 S_2 ，红利率分别为 q_1 和 q_2 ，则由其构成的择差期权 $\min\{S_1, S_2\}$ 的定价公式是

$$V(S_1, S_2, T-t) = S_1 \cdot \exp\{-q_1 \cdot (T-t)\} \cdot N(\hat{d}_1) + S_2 \cdot \exp\{-q_2 \cdot (T-t)\} \cdot N(\hat{d}_2),$$

其中 T 为期权有效期， $t \in [0, T]$,

$$\hat{d}_1 = \frac{\ln(S_2/S_1) + \left[q_1 - q_2 - \frac{1}{2}(a_{11} - 2a_{12} + a_{22}) \right] (T-t)}{\sqrt{(a_{11} - 2a_{12} + a_{22})(T-t)}},$$

$$\hat{d}_2 = \frac{\ln(S_1/S_2) + \left[q_2 - q_1 - \frac{1}{2}(a_{11} - 2a_{12} + a_{22}) \right] (T-t)}{\sqrt{(a_{11} - 2a_{12} + a_{22})(T-t)}},$$

$N(\cdot)$ 是标准正态分布的累积分布函数。¹⁰

根据引理 1，我们得到考虑上述两类违约风险的银行贷款期权价值。

命题 1 如果借贷市场具有第一类和第二类违约风险， V 和 B 分别是贷款有效期内债务企业价值（剔除市场运动的影响）和贷款可催回额，且

$$dV = V\mu_1 dt + V(\sigma_{11} dz_1 + \sigma_{12} dz_2),$$

$$dB = B\mu_2 dt + B(\sigma_{22} dz_2 + \sigma_{23} dz_3),$$

企业支付股利 q ， t_T 为贷款期限， t_0 是 $[0, t_T]$ 上的任一时点，则贷款期权价值

$$P(B, V, t_T - t_0) = V \cdot \exp\{-q(t_T - t_0)\} \cdot N(d_1) + B \cdot N(d_2),$$

其中

$$d_1 = \frac{\ln \frac{B}{V} + \left[q - \frac{1}{2}\sigma^2 \right] (t_T - t_0)}{\sqrt{\sigma^2 (t_T - t_0)}},$$

$$d_2 = \frac{\ln \frac{V}{B} - \left[q + \frac{1}{2}\sigma^2 \right] (t_T - t_0)}{\sqrt{\sigma^2 (t_T - t_0)}},$$

¹⁰ a_{11}, a_{12}, a_{22} 的定义见姜礼尚(2003:第 204 页)的 $a_{ij} = \sum_{k=1}^m \sigma_{ik}\sigma_{jk}$ ，其中的 σ_{ij} 见姜礼尚(2003:第 203 页)式(7.1.5)。具体证明见附录。

$$\begin{aligned}\sigma &= \sqrt{a_{11} - 2a_{12} + a_{22}}, \\ a_{11} &= \sum_{k=1}^3 \sigma_{1k} \sigma_{1k} = \sigma_{11}^2 + \sigma_{12}^2, \\ a_{12} &= a_{21} = \sum_{k=1}^3 \sigma_{1k} \sigma_{2k} = \sigma_{12} \sigma_{22}, \\ a_{22} &= \sum_{k=1}^3 \sigma_{2k} \sigma_{2k} = \sigma_{22}^2 + \sigma_{23}^2.^{11}\end{aligned}$$

根据命题 1 得到贷款定价公式

$$P(B, V, t_T - t_0) = V \cdot \exp\{-q \cdot (t_T - t_0)\} \cdot N(d_1) + B \cdot N(d_2),$$

与 Merton (1974: p. 454, 式(13)) 的结论相似, 但是新公式考虑了“优先原则”不成立时贷款偿付的道德风险, 因此蕴涵更为丰富的信息。该定价公式的经济含义是: 贷款有效期内的债务企业价值 (V 和 q)、信贷合同的效率 (B) 和距离到期日的时间 ($t_T - t_0$) 决定贷款定价。根据这一定价公式, 可以反映债务企业价值、债务企业股利支付、贷款可催回额 (信贷合同效率)、第一类违约风险及其波动、第二类违约风险及其波动、两类违约风险相关性等多种因素对银行贷款定价决策的影响, 提供了对贷款定价的新认识。以下我们通过对所建立模型的具体分析逐一进行论证。

三、模型的分析

首先, 分析债务企业价值、债务企业股利支付、贷款可催回额对银行贷款定价决策的影响。

命题 2 其他条件不变, 债务企业价值 (V) 越高或债务企业支付股利 (q) 越低, 银行贷款利率定得越低; 贷款可催回额 (B) 越高或信贷合同效率越高, 银行贷款利率定得越低。¹²

命题 2 的前半部分与 Merton (1974) 一致, 其经济含义也比较明显: 债务企业价值越高, 说明其偿还贷款的能力越强, 贷款偿还越有保障, 所以贷款利率定得相对低 (见图 2); 债务企业股利支付越多, 说明其偿还贷款的可用资金越少, 贷款偿还的保障程度越低, 所以贷款利率水平越高。

¹¹ 证明见附录。

¹² 证明见附录。命题 2 的证明需要用到等式 $N'(d_1)/N'(d_2) = B \cdot \exp\{q \cdot (t_T - t_0)\}/V$, 该式的证明见附录。

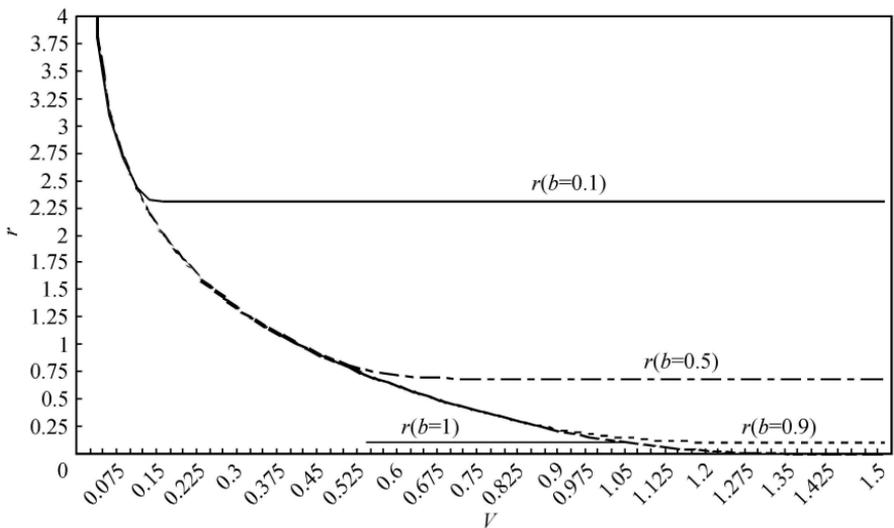


图2 债务企业价值与银行贷款利率的关系

注：参数值分别为 $D=1, t_T-t_0=1, \sigma_{11}=0.1, \sigma_{12}=0.2, \sigma_{22}=0.2, \sigma_{23}=0.1, q=0.1, B=0.1, 0.5, 0.9, 1, V \in [0, +\infty)$ 。

命题2的后半部分是Merton(1974)所没有的,其经济含义是:在贷款有效期内,信贷合同的效率越高,银行通过信贷合同从债务企业那里可催回款项就越接近合同规定的应偿付金额,这说明银行对“优先原则”不成立时贷款偿还的道德风险控制得就越好,违约风险小,所以贷款利率定得越低(见图3)。由于信贷合同的效率(或贷款可催回额)是由金融契约的机制设计和银行对债务企业的监督所决定的,而机制设计短期内一般变化不大,因此命题2的一个直接推论就是:银行对债务企业的信息调查越充分,监督力度越强,贷款利率就定得越低。

至此,我们仍未分析第一类和第二类违约风险对贷款定价决策的具体影响。借鉴Merton(1974)的思路以及我们对这两类违约风险的定义,令 $e_1 = \frac{De^{-r(t_T-t_0)}}{V}$ 表示第一类违约风险,即贷款额贴现值占债务企业价值比重越高,债务企业偿付压力越大,第一类违约风险也越高;令 $e_2 = \frac{De^{-r(t_T-t_0)}}{B}$ 表示第二类违约风险,即贷款额贴现值与贷款可催回额之比率越高,债务企业贷款偿付的道德风险越大,第二类违约风险也越高。这里, r 是市场无风险利率——表示银行贷款的机会成本。此时,命题1的形式有所变化,我们用引理2表示。

引理2 银行贷款的风险溢价

$$r(\tau) - r = -\frac{1}{t_T - t_0} \ln \left[\frac{1}{e_1} e^{-q(t_T-t_0)} N(\hat{d}_1) + \frac{1}{e_2} N(\hat{d}_2) \right],$$

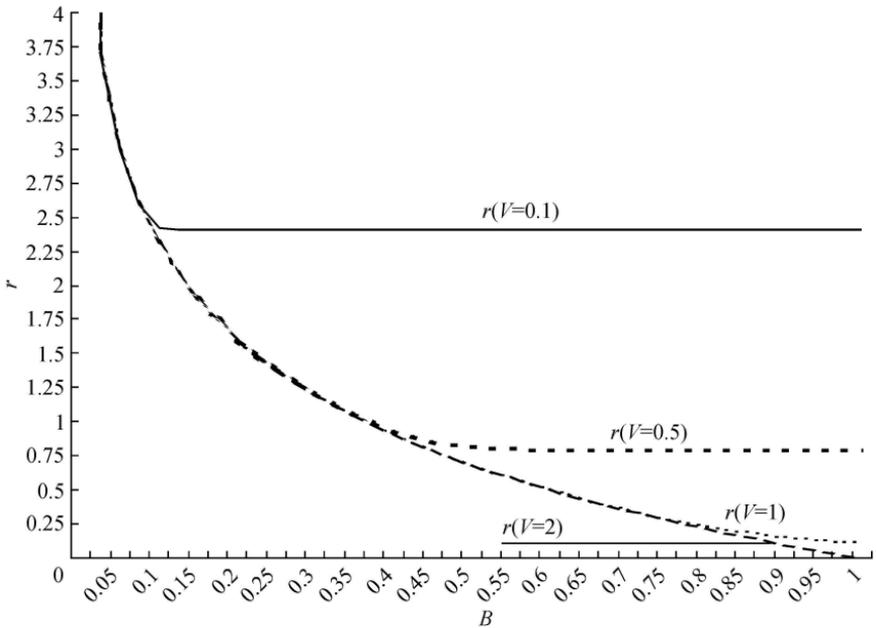


图3 信贷合同效率与银行贷款利率的关系

注: 参数值分别为 $D=1, t_T-t_0=1, \sigma_{11}=0.1, \sigma_{12}=0.2, \sigma_{22}=0.2, \sigma_{23}=0.1, q=0.1, V=0.1, 0.5, 1, 2, B \in [0, 1]$ 。

其中

$$\hat{d}_1 = \frac{\ln \frac{e_1}{e_2} + \left[q - \frac{1}{2} \sigma^2 \right] (t_T - t_0)}{\sqrt{\sigma^2 (t_T - t_0)}},$$

$$\hat{d}_2 = \frac{\ln \frac{e_2}{e_1} - \left[q + \frac{1}{2} \sigma^2 \right] (t_T - t_0)}{\sqrt{\sigma^2 (t_T - t_0)}}.^{13}$$

引理2仅是命题1的另一种表述,其背后的经济含义没有变化。借助引理2,可以分析第一类与第二类违约风险对银行贷款定价决策的具体影响。

命题3 其他条件不变,第一类违约风险越大(e_1 值越高),银行贷款利率定得越高;第二类违约风险越大(e_2 值越高),银行贷款利率定得越高。¹⁴

命题3的经济含义是显而易见的:违约风险越大,贷款定价决策越谨慎,贷款利率定得也越高(见图4和图5)。这与已有的贷款定价模型基本思想一

¹³ 证明见附录。

¹⁴ 证明见附录。

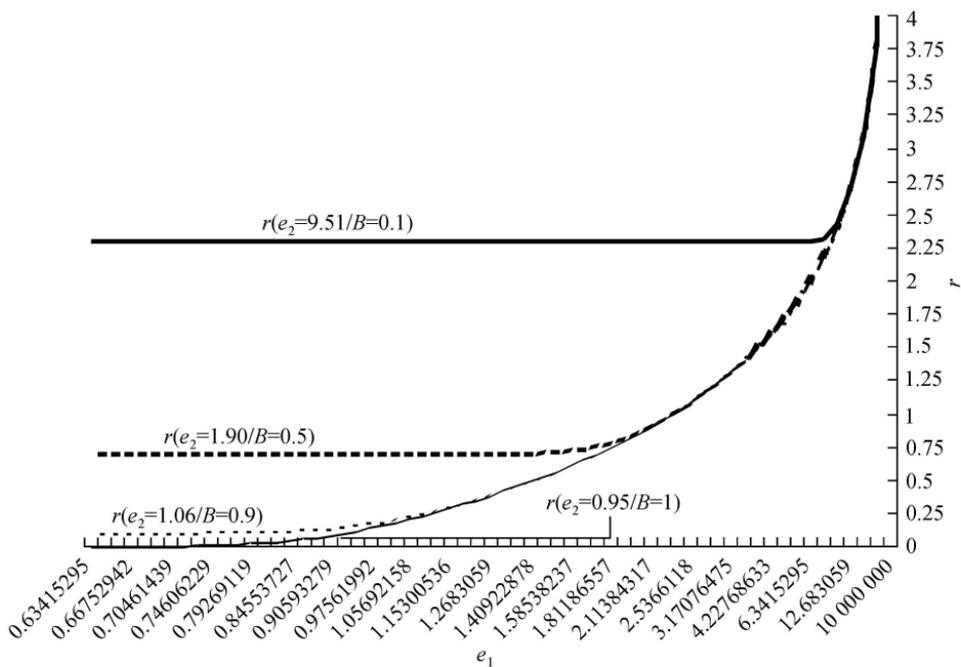


图 4 第一类违约风险与银行贷款利率的关系

注：参数值分别为 $D=1, r=0.05$ (无风险利率), $t_T-t_0=1, \sigma_{11}=0.1, \sigma_{12}=0.2, \sigma_{22}=0.2, \sigma_{23}=0.1, q=0.1, B=0.1, 0.5, 0.9, 1, V \in [0, +\infty)$ 。

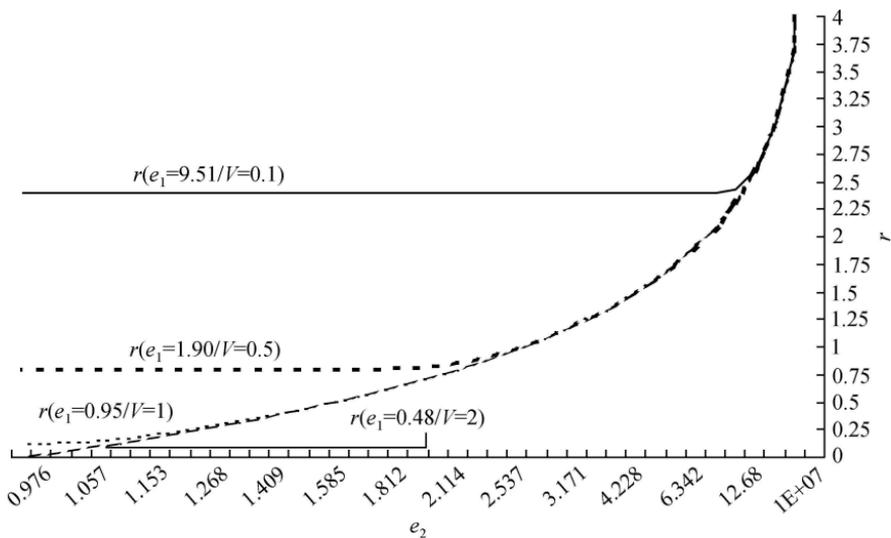


图 5 第二类违约风险与银行贷款利率的关系

注：参数值分别为 $D=1, r=0.05$ (无风险利率), $t_T-t_0=1, \sigma_{11}=0.1, \sigma_{12}=0.2, \sigma_{22}=0.2, \sigma_{23}=0.1, q=0.1, V=0.1, 0.5, 1, 2, B \in [0, 1]$ 。

致：在贷款活动中，银行承担的风险越大，其所要求的风险补偿也越大，因此银行会提高贷款利率水平。与此同时，这也说明我们基于我国实际情况对贷款定价所构建的两资产择差期权模型是合理的，能够揭示违约风险与贷款定价之间的内在关系。

由于第一类和第二类风险共生并存，因此有必要关注这两类风险的联动对银行贷款定价决策的影响。但是，根据 e_1 和 e_2 的定义，我们尚不能得出这两类违约风险的联动对贷款定价有确定性影响的结论，这是因为：

命题 4 第一类违约风险与第二类违约风险的联动对银行贷款定价决策的影响是不确定的。¹⁵

命题 4 的结论在预料之中，由于贷款有效期内债务企业价值 V 与贷款可催回额 B 仅部分相关，除了共同影响因子 (a_{12} 或 a_{21}) 对 V 和 B 有相同的作用，从而对贷款定价也会产生一致影响之外，不同影响因子 (a_{11} 和 a_{22}) 对 V 和 B 的作用肯定有差异，因此对贷款定价也将产生不一致的影响。这与实际情况也是相符的，例如银行贷款给某家国有大型企业，该企业资产负债率很高，导致第一类违约风险很高；但是这家银行采用的信贷合同机制设计得十分合理，银行对债务企业的监督力度也很强，降低了第二类违约风险，因此这两类违约风险的联动对银行贷款定价的作用是不确定的，取决于两类违约风险联动的净结果。

不过，这一分析上的缺陷可以通过分析两类违约风险的相关度 ($a_{12} = a_{21} = \sigma_{12}\sigma_{22}$) 对贷款定价的影响得到弥补。考虑影响债务企业价值 V 与贷款可催回额 B 的共同因子 $a_{12} = \sigma_{12}\sigma_{22}$ ¹⁶，有以下结论：

命题 5 其他条件不变，第一类违约风险与第二类违约风险的相关度越高 ($a_{12} = \sigma_{12}\sigma_{22}$ 越大)，银行贷款利率定得越低。¹⁷

命题 5 的经济含义是：第一类违约风险与第二类违约风险相关度越高，银行对这两类部分相关风险的整体把握度也越高，在银行获取信息能力不变的情况下，这意味着银行对违约风险的预测成本降低了，因此贷款定价决策也有所宽松（见图 6）。例如，如果这两类违约风险之间呈显著的正相关变化关系，即现实情况是银行很难对资产负债率高的债务企业进行有效监督，或者说当第一类违约风险高时第二类违约风险也不低，那么银行可以仅凭债务企业第一类违约风险的信息或仅凭其第二类违约风险的信息来做贷款定价决

¹⁵ 证明见附录。

¹⁶ 由于 $e_1 = \frac{De^{-r(t_T-t_0)}}{V}$, $e_2 = \frac{De^{-r(t_T-t_0)}}{B}$, 而 a_{12} 是 V 和 B 的共同影响因素, 显然 a_{12} 也是 e_1 和 e_2 的共同影响因素。

¹⁷ 证明见附录。

策, 所需的信息量减少了, 违约风险的预测成本下降, 从而导致银行贷款成本下降, 贷款利率水平也随之下降。

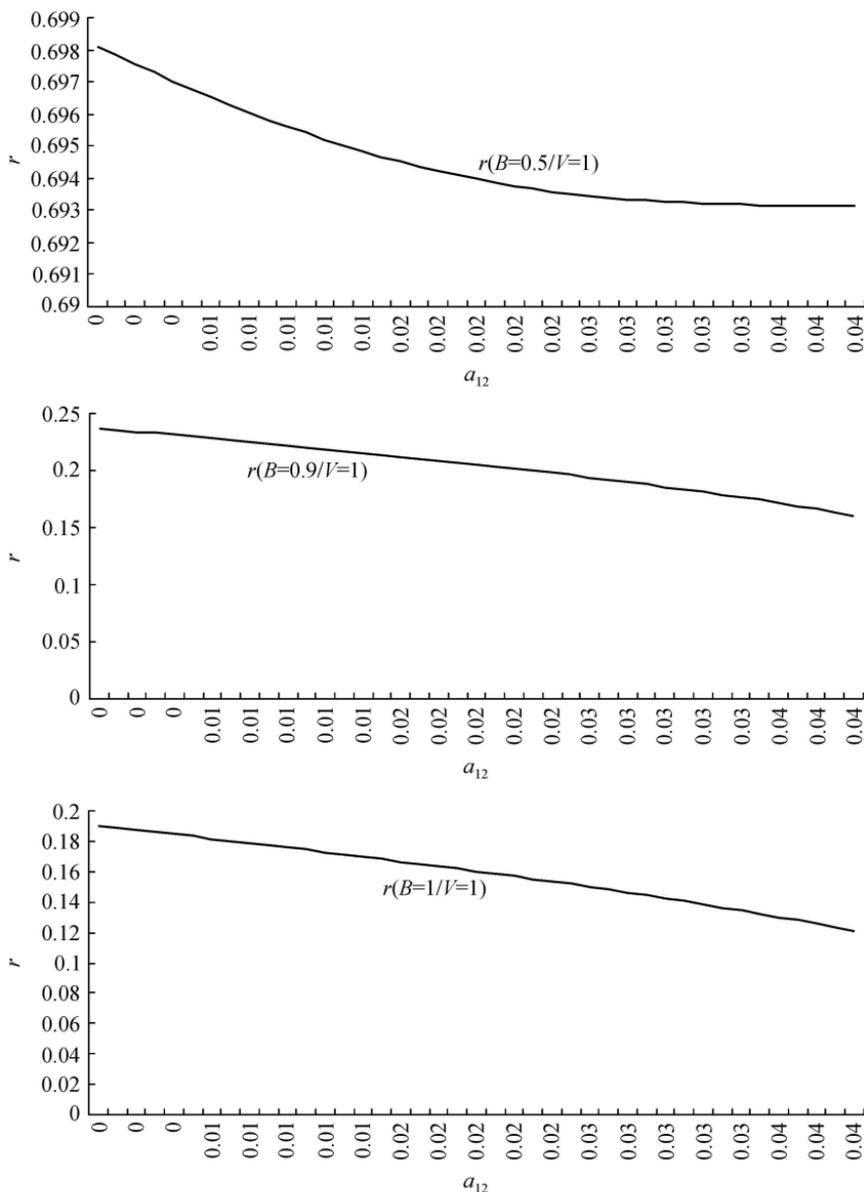


图6 两类违约风险相关度与银行贷款利率的关系

注: 参数值分别为 $D=1, V=1, t_T - t_0 = 1, a_{11} = 0.05, a_{22} = 0.05, q = 0.1, B = 0.5, 0.9, 1, a_{12} \in [0, 0.04]$ 。

命题5的结论具有重要意义。假定当信贷市场发展比较完善时, 信息更为充分, 第一类与第二类违约风险的相关性也会增强, 则命题5进一步印证了商业银行客户经理制存在的合理性, 一个完备的客户信息系统和客户资源

管理平台有助于银行以更低的成本监控信贷业务的两类违约风险,实现银行违约风险的更有效管理与防范。

当然,由于债务企业价值 V 与贷款可催回额 B 均为随机变量,其波动性对银行贷款定价决策的影响也是不可忽视的。

命题 6 其他条件不变, V 或 B 波动幅度越大,即 $a_{11} = \sigma_{11}^2 + \sigma_{12}^2$ 或 $a_{22} = \sigma_{22}^2 + \sigma_{23}^2$ 越大,银行贷款利率定得越高。¹⁸

命题 6 的经济含义也很重要: V 和 B 波动越剧烈,意味着债务企业经营管理越不稳定、信贷合同机制设计越不合理或银行对债务企业的监督越不得力,银行对债务企业价值和可催回额的预测准确度也越低,其面临的违约风险也越大,因此贷款定价决策越谨慎(见图 7-1 和图 7-2)。

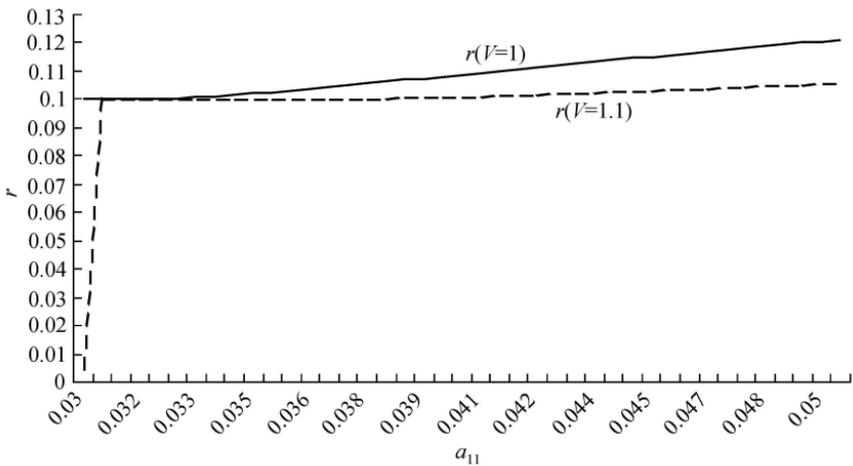


图 7-1 V 波动程度与银行贷款利率的关系

注: 参数值分别为 $D=1, B=1, t_T - t_0 = 1, a_{22} = 0.05, a_{12} = 0.04, q = 0.1, V = 1, 1.1, a_{11} \in [0.03, 0.05]$ 。

此外,模型得到的贷款定价与贷款期限之间的关系与已有文献(Gottesman and Roberts, 2003)结论也是一致的,即贷款定价与贷款期限之间的关系不是简单的正向或负向关系。这是因为期限对贷款定价的影响包含了两重因素:风险补偿(tradeoff)与信用质量控制(credit quality control)。一方面,期限越长,银行承担的风险越大,贷款利率会定得越高;另一方面,期限越长,银行对债务企业信用质量的控制越强,风险越小,贷款利率会定得越低。因此,期限对贷款定价决策的影响取决于这两个因素作用的净结果。模型较好地说明了这一点。

命题 7 其他条件不变,贷款期限对银行贷款定价决策的影响是不确定

¹⁸ 证明见附录。

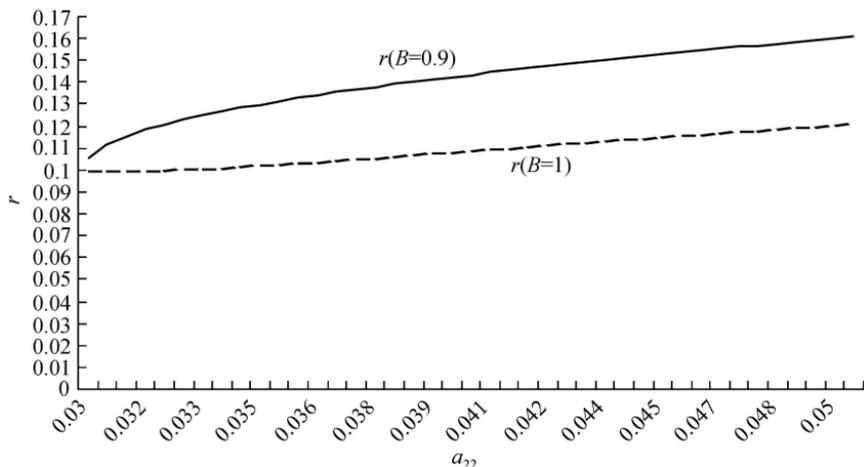


图 7-2 B 波动程度与银行贷款利率的关系

注：参数值分别为 $D=1, V=1, t_T-t_0=1, a_{11}=0.05, a_{12}=0.04, q=0.1, B=0.9, 1, a_{22} \in [0.03, 0.05]$ 。

的；贷款期限和第二类违约风险的联动对银行贷款定价决策的影响也是不确定的。¹⁹

命题 7 前半部分的经济含义是：由于同时存在风险补偿与信用质量控制两类效应，而且这两类效应综合作用的净结果不确定，所以贷款期限与贷款利率之间的关系也不确定（见图 8）。命题 7 的后半部分说明即使一定程度地放松条件，例如允许某一类违约风险发生变动，结论仍然不变，这说明贷款利率与贷款期限之间呈现不确定关系是一种比较稳定的现象。

不过，如果给予二维违约风险一个特定的限制，即假定相对于第一类违约风险，第二类违约风险占支配地位（ $e_2/e_1 \rightarrow \infty$ 或 $e_1/e_2 \rightarrow 0$ ），将得到以下结论：

命题 8 其他条件不变，如果第二类违约风险占支配地位，那么贷款期限和第二类违约风险的联动与银行贷款利率之间呈负相关关系。²⁰

命题 8 意味着：当第二类违约风险占支配地位时，信贷市场存在严重的还贷道德风险，信用质量控制将发挥主要作用，此时银行特别重视对债务企业潜在还贷道德风险的控制，对于信誉差的企业不会发放长期贷款，而将绝大部分长期贷款给了信誉好的企业，这时存在一定程度的信贷配给，因此就算允许违约风险因素发生变动（放松条件），仍会出现贷款期限越长、贷款定价决策反而越宽松的情况。综上，命题 7 和命题 8 证明贷款期限与贷款定价

¹⁹ 证明见附录。

²⁰ 证明见附录。

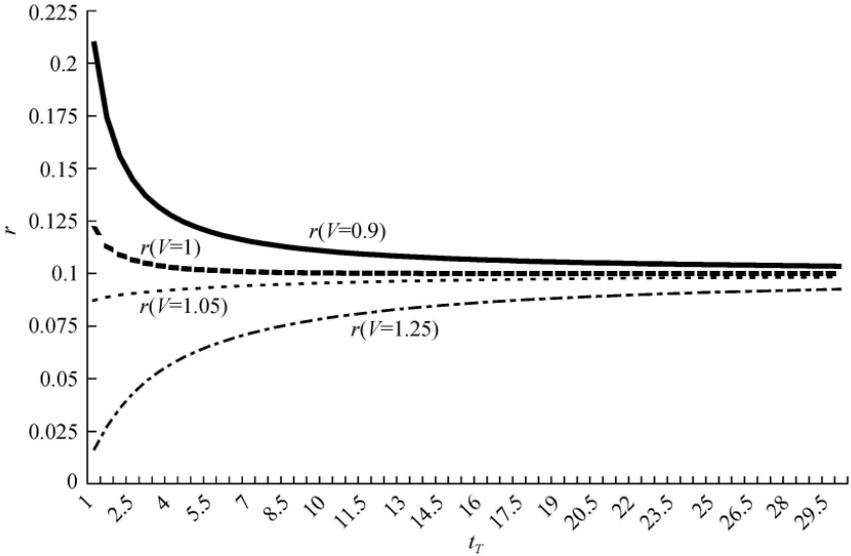


图8 贷款期限与银行贷款利率的关系

注：参数值分别为 $D=1, B=1, \sigma_{11}=0.1, \sigma_{12}=0.2, \sigma_{22}=0.2, \sigma_{23}=0.1, q=0.1, V=0.9, 1, 1.05, 1.25, t_0=0, t_T \in [1, 30]$ 。

之间的关系的确不简单，还取决于贷款违约风险的具体构成，传统的贷款期限越长、贷款利率越高的认识需要改变。

四、结 论

基于我国银行业的实际情况和已有研究的不足，我们将信贷合同效率引入贷款定价模型的违约风险中，设计了二维违约风险，并用两资产择差期权模型建立了一个新的贷款定价模型，完善了银行贷款定价的传统期权方法。

根据新模型，得到以下发现：（1）债务企业价值越大、信贷合同效率越高（贷款可催回额越高），贷款合同价值就越高，贷款利率定得就越低；（2）第一类和第二类违约风险越大，贷款合同价值就越低，贷款利率定得也就越高；（3）虽然第一类与第二类违约风险的联动对贷款定价决策的影响是不确定的，但如果这两类违约风险相关度越高，贷款定价决策的成本就越低，贷款利率也定得越低；（4）对债务企业价值和信贷合同效率（贷款可催回额）的预测精度越低，贷款定价决策就越谨慎；（5）违约风险与贷款定价决策之间的关系并不简单，还受违约风险构成的影响。新模型推导出来的这些结论提供了对银行贷款定价的一些新认识，丰富了贷款定价的理论研究。

本文的政策含义是：（1）2006年12月11日我国银行业已全面开放，国内银行面临更为复杂的市场风险环境和更高的风险监管要求，为了更为高效地开展信贷业务、提高与外资银行的竞争能力，银行除了需要继续做好贷前

评审、提高贷款项目收益与风险的评估精度之外，还必须高度重视贷后对借款者的信息监督，这要求建立完备的信贷市场信用评级体系，并进一步完善现有的商业银行客户经理制度；(2)对银行贷款决策行为的深入研究有助于更好地理解货币政策传导机制，例如商业银行的贷款定价决策不仅受基准利率和债务人偿债能力的影响，而且还受国有企业改革（软预算约束）等因素的影响，因此在制定货币政策前应当全面地权衡新政策的出台对决定银行微观行为的这些关键因素的直接和潜在作用，这样可以改善货币政策实施效果。

附录

1. “违约风险的存在降低了信贷合同的价值”的证明：

令 $\Delta_1 = -\lambda_1 \mu_1 (M - m)$, $\Delta_2 = -\lambda_1 \mu_1 (m - t)$ ，则违约发生前， $t < \tau_1^*$ ，由 Jarrow and Turnbull (1995, p. 77, 式(54))，得债券期权价值为

$$C_1(t, K)_{t < \tau_1^*} = \delta_1 (1 - e^{\Delta_2}) C_0(t, K') + [e^{\Delta_1} + \delta_1 (1 - e^{\Delta_1})] e^{\Delta_2} C_0(t, K''),$$

违约发生后， $t \geq \tau_1^*$ ，由 Jarrow and Turnbull (1995, p. 78, 式(56))，得债券期权价值为

$$C_1(t, K)_{t \geq \tau_1^*} = \delta_1 C_0(t, K'),$$

所以

$$\begin{aligned} C_1(t, K)_{t \geq \tau_1^*} - C_1(t, K)_{t < \tau_1^*} &= \delta_1 e^{\Delta_2} C_0(t, K') - e^{\Delta_2} [e^{\Delta_1} + \delta_1 (1 - e^{\Delta_1})] C_0(t, K'') \\ &= \delta_1 e^{\Delta_2} [C_0(t, K') - C_0(t, K'')] - e^{\Delta_2} e^{\Delta_1} (1 - \delta_1) C_0(t, K''). \end{aligned} \quad (a1)$$

因为 $e^{-\lambda_1 \mu_1 (M-m)} + \delta_1 (1 - e^{-\lambda_1 \mu_1 (M-m)}) - \delta_1 = e^{-\lambda_1 \mu_1 (M-m)} (1 - \delta_1) > 0$ ，所以

$$\begin{aligned} e^{-\lambda_1 \mu_1 (M-m)} + \delta_1 (1 - e^{-\lambda_1 \mu_1 (M-m)}) &> \delta_1, \\ K' = \frac{K}{\delta_1} &> \frac{K}{e^{-\lambda_1 \mu_1 (M-m)} + \delta_1 (1 - e^{-\lambda_1 \mu_1 (M-m)})} = K''. \end{aligned}$$

由 Jarrow and Turnbull(1995, p. 77, 式(55a))，易知 $\frac{\partial C_0(t, L)}{\partial L} < 0$ （看涨期权价值与执行价格呈反比），所以 $C_0(t, K') < C_0(t, K'')$ 。回到 (a1) 式，可见 (a1) 式右边为负，所以 $C_1(t, K)_{t \geq \tau_1^*} - C_1(t, K)_{t < \tau_1^*} < 0$ 。证毕。

2. 引理 1 的证明：根据两资产期权 Black-Scholes 公式的降维公式（姜礼尚，2003：第 215 页，式(7.4.12)）以及终值条件 $u(\xi, T) = \frac{1}{S_2} \min\{S_1, S_2\} = \min\{\xi, 1\} = \xi - (\xi - 1)^+$ ，易得

$$\begin{aligned} u(\xi, t) &= \xi \exp\{-q_1(T-t)\} - [\xi \cdot \exp\{-q_1 \cdot (T-t)\} \cdot N(d_1) \\ &\quad - \exp\{-q_2 \cdot (T-t)\} \cdot N(d_2)], \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{\ln(\xi) + \left[q_2 - q_1 + \frac{1}{2}(a_{11} - 2a_{12} + a_{22}) \right] (T-t)}{\sqrt{(a_{11} - 2a_{12} + a_{22})(T-t)}}, \\ d_2 &= d_1 - \sqrt{(a_{11} - 2a_{12} + a_{22})(T-t)}. \end{aligned}$$

将降维变换 $u(\xi, t) = \frac{V(S_1, S_2, t)}{S_2}$ 和 $\xi = \frac{S_1}{S_2}$ 代入, 即得引理 1。证毕。

3. 命题 1 的证明: 令 $V = S_1, B = S_2, t_0 = t, t_T = T, q = q_1, q_2 = 0$, 代入引理 1 的结论, 即可证明。证毕。

4. $N'(d_1)/N'(d_2) = B \cdot \exp\{q \cdot (t_T - t_0)\}/V$ 的证明:

由命题 1,

$$\begin{aligned} \frac{N'(d_1)}{N'(d_2)} &= \exp\left\{\frac{(d_2 + d_1)(d_2 - d_1)}{2}\right\} = \exp\left\{-\ln \frac{V}{B} + q \cdot (t_T - t_0)\right\} \\ &= \frac{B}{V} \cdot \exp\{q \cdot (t_T - t_0)\}. \end{aligned}$$

证毕。

5. 命题 2 的证明:

(1) 由命题 1, 得 $\frac{\partial d_1}{\partial V} = -\frac{\partial d_2}{\partial V}$, $\frac{\partial d_1}{\partial q} = -\frac{\partial d_2}{\partial q}$, 以及

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial V} &= \exp\{-q \cdot (t_T - t_0)\} \cdot N(d_1) + V \cdot \exp\{-q \cdot (t_T - t_0)\} \cdot N'(d_1) \cdot \frac{\partial d_1}{\partial V} \\ &\quad + B \cdot N'(d_2) \cdot \frac{\partial d_2}{\partial V}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial q} &= V \cdot \left[-(t_T - t_0) \cdot \exp\{-q(t_T - t_0)\} \cdot N(d_1) + \exp\{-q(t_T - t_0)\} \cdot N'(d_1) \cdot \frac{\partial d_1}{\partial q} \right] \\ &\quad + B \cdot N'(d_2) \cdot \frac{\partial d_2}{\partial q}. \end{aligned}$$

利用 $N'(d_1)/N'(d_2) = B \cdot \exp\{q \cdot (t_T - t_0)\}/V$ 和标准正态分布累积分布函数的性质 $N(\cdot) \in [0, 1]$, 易得

$$\frac{\partial P}{\partial V} = \exp\{-q \cdot (t_T - t_0)\} \cdot N(d_1) > 0,$$

$$\frac{\partial P}{\partial q} = -V \cdot (t_T - t_0) \cdot \exp\{-q \cdot (t_T - t_0)\} \cdot N(d_1) < 0.$$

由于贷款利率 $r(\tau) = \frac{-\ln\left(\frac{P}{D}\right)}{t_T - t_0}$, 即贷款利率 $r(\tau)$ 与贷款期权价值 (P) 成反比, 得

$$\frac{\partial r(\tau)}{\partial V} < 0, \frac{\partial r(\tau)}{\partial q} > 0.$$

(2) 由命题 1, 有 $\frac{\partial d_1}{\partial B} = -\frac{\partial d_2}{\partial B}$ 。再利用

$$N'(d_1)/N'(d_2) = B \cdot \exp\{q \cdot (t_T - t_0)\}/V,$$

得

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial B} &= V \cdot \exp\{-q \cdot (t_T - t_0)\} \cdot N'(d_1) \cdot \frac{\partial d_1}{\partial B} + N(d_2) + B \cdot N'(d_2) \cdot \frac{\partial d_2}{\partial B} \\ &= N(d_2) > 0, \end{aligned}$$

所以 $\frac{\partial r(\tau)}{\partial B} < 0$ 。

根据假定, 因为 $B = f(R(t), D)$, 且 $f'_R > 0$, 所以

$$\frac{\partial r(\tau)}{\partial R} = \frac{\partial r(\tau)}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial R} = \frac{\partial r(\tau)}{\partial B} f'_R < 0.$$

证毕.

6. 引理 2 的证明: 由命题 1, 得 $\frac{P}{D} = \frac{V}{D} e^{-q(t_T-t_0)} N(d_1) + \frac{B}{D} N(d_2)$ 。再根据 e_1 和 e_2 的定义, 得

$$\frac{P}{D} = \frac{e^{-r(t_T-t_0)}}{e_1} e^{-q(t_T-t_0)} N(d_1) + \frac{e^{-r(t_T-t_0)}}{e_2} N(d_2),$$

代入 $r(\tau) = \frac{-\ln\left(\frac{P}{D}\right)}{t_T-t_0}$, 即得

$$r(\tau) - r = -\frac{1}{t_T-t_0} \ln\left[\frac{1}{e_1} e^{-q(t_T-t_0)} N(d_1) + \frac{1}{e_2} N(d_2)\right].$$

将 $\frac{B}{V} = \frac{e_1}{e_2}$ 代入命题 1 的 d_1 和 d_2 , 即得 \hat{d}_1 和 \hat{d}_2 。证毕.

7. 命题 3 的证明:

(1) 令 $H = r(\tau) - r$, 由引理 2 有 $\frac{N'(d_1)}{N(d_2)} = \frac{e_1}{e_2} e^{q(t_T-t_0)}$, $\frac{\partial \hat{d}_1}{\partial e_1} = -\frac{\partial \hat{d}_2}{\partial e_1}$, 得

$$\frac{\partial H}{\partial e_1} = \frac{e^{-q(t_T-t_0)} N(\hat{d}_1)}{(t_T-t_0)e_1^2 \left[\frac{1}{e_1} e^{-q(t_T-t_0)} N(d_1) + \frac{1}{e_2} N(d_2) \right]} > 0.$$

(2) 由引理 2 有 $\frac{\partial \hat{d}_1}{\partial e_2} = -\frac{\partial \hat{d}_2}{\partial e_2}$, 得

$$\frac{\partial H}{\partial e_2} = \frac{N(\hat{d}_2)}{(t_T-t_0)e_2^2 \left[\frac{1}{e_1} e^{-q(t_T-t_0)} N(d_1) + \frac{1}{e_2} N(d_2) \right]} > 0.$$

证毕.

8. 命题 4 的证明: 根据命题 3 的证明, 得

$$\frac{\partial^2 H}{\partial e_2 \partial e_1} = \frac{\partial^2 H}{\partial e_1 \partial e_2} = \frac{e^{-q(t_T-t_0)} \cdot \Delta}{(t_T-t_0)e_1^2 e_2^2 \left[\frac{1}{e_1} e^{-q(t_T-t_0)} N(d_1) + \frac{1}{e_2} N(d_2) \right]^2},$$

其中,

$$\Delta = N(\hat{d}_1)N(\hat{d}_2) - \frac{[N(\hat{d}_1)N'(\hat{d}_2) + N(\hat{d}_2)N'(\hat{d}_1)]}{\sqrt{\sigma^2(t_T-t_0)}}.$$

因为 $\Delta \geq 0$, 所以

$$\frac{\partial^2 H}{\partial e_2 \partial e_1} = \frac{\partial^2 H}{\partial e_1 \partial e_2} \geq 0.$$

证毕.

9. 命题 5 的证明: 由命题 1, 有 $\frac{\partial(d_1+d_2)}{\partial \alpha_{12}} = \frac{\sqrt{t_T-t_0}}{\sigma}$, 得

$$\frac{\partial P}{\partial \alpha_{12}} = B \cdot N'(d_2) \cdot \left(\frac{\partial d_1}{\partial \alpha_{12}} + \frac{\partial d_2}{\partial \alpha_{12}} \right) = B \cdot N'(d_2) \cdot \frac{\sqrt{t_T-t_0}}{\sigma},$$

因为 $N'(d_2) > 0$, 所以 $\frac{\partial P}{\partial a_{12}} > 0$, $\frac{\partial r(\tau)}{\partial a_{12}} < 0$. 证毕.

10. 命题6的证明: 由命题1, 有 $\frac{\partial(d_1+d_2)}{\partial a_{11}} = -\frac{1}{2} \frac{\sqrt{t_T-t_0}}{\sigma}$, 得

$$\frac{\partial P}{\partial a_{11}} = B \cdot N'(d_2) \cdot \left(\frac{\partial d_1}{\partial a_{11}} + \frac{\partial d_2}{\partial a_{11}} \right) = -\frac{1}{2} B \cdot N'(d_2) \cdot \frac{\sqrt{t_T-t_0}}{\sigma} < 0.$$

同理可得 $\frac{\partial P}{\partial a_{22}} = \frac{\partial P}{\partial a_{11}} < 0$, 所以 $\frac{\partial r(\tau)}{\partial a_{11}} = \frac{\partial r(\tau)}{\partial a_{22}} < 0$. 证毕.

11. 命题7的证明:

(1) 令 $\tau = t_T - t_0$, 由命题1, 有 $\frac{\partial(d_1+d_2)}{\partial \tau} = -\frac{1}{2} \frac{\sigma}{\sqrt{\tau}}$, 得

$$\frac{\partial P}{\partial \tau} = -V \cdot q \cdot e^{-q\tau} \cdot N(d_1) - \frac{\sigma}{2\sqrt{\tau}} B \cdot N'(d_2) < 0,$$

所以

$$\frac{\partial r(\tau)}{\partial t_T} = \frac{\partial r(\tau)}{\partial \tau} = -\frac{(1/P) \cdot (\partial P / \partial \tau) \cdot \tau - \ln(P)}{\tau^2} \geq 0.$$

(2) 由引理2和命题3, 得

$$\frac{\partial^2 H}{\partial e_2 \partial t_T} = \frac{\partial^2 H}{\partial e_2 \partial \tau} = -\frac{N(\hat{d}_2) \left[\frac{1}{e_1} e^{-q\tau} N(\hat{d}_1) (1 - q\tau) + \frac{1}{e_2} N(\hat{d}_2) - \frac{\sigma\sqrt{\tau}}{2e_2} N'(\hat{d}_2) \right]}{\tau^2 e_2^2 \left[\frac{1}{e_1} e^{-q\tau} N(\hat{d}_1) + \frac{1}{e_2} N(\hat{d}_2) \right]^2} \geq 0.$$

证毕.

12. 命题8的证明: 由引理2和 $\frac{e_2}{e_1} \rightarrow \infty$, $\frac{e_1}{e_2} \rightarrow 0$, 有 $N(\hat{d}_1) \rightarrow 0$, $N(\hat{d}_2) \rightarrow 1$, $N'(\hat{d}_2) \rightarrow 0$.

再由命题7, 得 $\frac{\partial^2 H}{\partial e_2 \partial t_T} = \frac{\partial^2 H}{\partial e_2 \partial \tau} \approx -\frac{1}{\tau^2 e_2} < 0$. 证毕.

参考文献

- [1] Altman, E., "Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy", *Journal of Finance*, 1968, 23(4), 589—609.
- [2] Altman, E., "Measuring Corporate Bond Mortality and Performance", *Journal of Finance*, 1989, 44(4), 909—922.
- [3] Altman, E., and A. Saunders, "Credit Risk Measurement: Developments over the Last 20 Years", *Journal of Banking and Finance*, 1997, 21(11—12), 1721—1742.
- [4] Altman, E., and H. Suggitt, "Default Rates in the Syndicated Bank Loan Market: A Mortality Analysis", *Journal of Banking and Finance*, 2000, 24(1—2), 229—253.
- [5] Angbazo, L., "Commercial Bank Net Interest Margins, Default Risk, Interest-Rate Risk, and Off-Balance Sheet Banking", *Journal of Banking and Finance*, 1997, 21(1), 55—87.
- [6] Besanko, D., and A. Thakor, "Collateral and Rationing: Sorting Equilibria in Monopolistic and Competitive Credit Markets", *International Economic Review*, 1987a, 28(3), 671—689.
- [7] Besanko, D., and A. Thakor, "Competitive Equilibrium in the Credit Market under Asymmetric Information", *Journal of Economic Theory*, 1987b, 42(1), 167—182.

- [8] Bester, H., "Screening vs. Rationing in Credit Markets with Imperfect Information", *American Economic Review*, 1985, 75(4), 850—855.
- [9] Black, F., and M. Scholes, "The Pricing of Options and Corporate Liabilities", *Journal of Political Economy*, 1973, 81(3), 637—654.
- [10] Boot, A., A. Thakor, and G. Udell, "Secured Lending and Default Risk: Equilibrium Analysis, Policy Implications and Empirical Results", *Economic Journal*, 1991, 101(406), 458—472.
- [11] Carey, M., "Credit Risk in Private Debt Portfolios", *Journal of Finance*, 1998, 53(4), 1363—1387.
- [12] Chan, Y., and G. Kanatas, "Asymmetric Valuation and the Role of Collateral in Loan Agreements", *Journal of Money, Credit and Banking*, 1985, 17(1), 84—95.
- [13] Crouhy, M., D. Galai, and R. Mark, "A Comparative Analysis of Current Credit Risk Models", *Journal of Banking and Finance*, 2000, 24(1—2), 59—117.
- [14] 戴国强、吴许均, "基于违约概率和违约损失率的贷款定价研究", 《国际金融研究》, 2005年第10期, 第43—48页。
- [15] Dermine, J., and C. de Carvalho, "Bank Loan Losses-Given-Default: A Case Study", *Journal of Banking and Finance*, 2006, 30(4), 1219—1243.
- [16] Diamond, D., "Financial Intermediation and Delegated Monitoring", *Review of Economic Studies*, 1984, 51(3), 393—414.
- [17] 段文斌、张红星, "转型期国有商业银行的软预算约束", 《南开学报(哲学社会科学版)》, 2005年第6期, 第115—121页。
- [18] Emery, K., and R. Cantor, "Relative Default Rates on Corporate Loans and Bonds", *Journal of Banking and Finance*, 2005, 29(6), 1575—1584.
- [19] Feder, G., "A Note on Debt, Assets and Lending under Default Risk", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 1980, 15(1), 191—200.
- [20] Gambacorta, L., "How Do Banks Set Interest Rates?" NBER Working Paper 10295, 2004.
- [21] Gottesman, A., and G. Roberts, "Maturity and Corporate Loan Pricing", SSRN Working Paper, 2003.
- [22] 侯光明、张燃, "信用风险度量的结构化方法", 《北京理工大学学报》, 2005年第6期, 第560—564页。
- [23] Jaffee D., and T. Russell, "Imperfect Information, Uncertainty, and Credit Rationing", *Quarterly Journal of Economics*, 1976, 90(4), 651—666.
- [24] Jarrow, R., and S. Turnbull, "Pricing Derivatives on Financial Securities Subject to Credit Risk", *Journal of Finance*, 1995, 50(1), 53—85.
- [25] 姜礼尚, 《期权定价的数学模型和方法》。北京: 高等教育出版社, 2003年。
- [26] 金雪军、毛捷, "新巴塞尔资本协议下贷款定价模型的修正", 工作论文, www.cec.zju.edu.cn/jxj, 2006年。
- [27] Johnson, H., and R. Stulz, "The Pricing of Options with Default Risk", *Journal of Finance*, 1987, 42(2), 267—280.
- [28] Johnson, R., "Term Structures of Corporate Bond Yields as a Function of Risk of Default", *Journal of Finance*, 1967, 22(2), 313—345.
- [29] 廖国民, "银行业的软预算约束: 一个文献综述", 《经济社会体制比较》, 2004年第6期, 第132—138页。
- [30] 林毅夫、李志, "政策性负担、道德风险与预算软约束", 《经济研究》, 2004年第2期, 第17—27页。
- [31] 马若微、唐春阳, "基于 Fisher 判别的企业短期贷款信用违约模型构建", 《系统工程》, 2005年第12期, 第16—22页。
- [32] Majumder, D., "Inefficient Markets and Credit Risk Modeling: Why Merton's Model Failed", *Journal of Policy Modeling*, 2006, 28(3), 307—318.
- [33] Merton, R., "On the Pricing of Corporate Debt: the Risk Structure of Interest Rates", *Journal of Finance*, 1974, 29(2), 449—470.

- [34] Merton, R., "An Analytic Derivation of the Cost of Deposit Insurance and Loan Guarantees", *Journal of Banking and Finance*, 1977, 1(1), 3—11.
- [35] Orgler, Y., "A Credit Scoring Model for Commercial Loans", *Journal of Money, Credit and Banking*, 1970, 2(4), 435—445.
- [36] 平新乔, "'预算软约束'的新理论及其计量验证", 《经济研究》, 1998年第10期, 第70—79页。
- [37] Repullo, R., and J. Suarez, "Loan Pricing under Basel Capital Requirements", *Journal of Financial Intermediation*, 2004, 13(4), 496—521.
- [38] Stein, R., "The Relationship between Default Prediction and Lending Profits: Integrating ROC Analysis and Loan Pricing", *Journal of Banking and Finance*, 2005, 29(5), 1213—1236.
- [39] Stiglitz, J., and A. Weiss, "Credit Rationing in Markets with Imperfect Information", *American Economic Review*, 1981, 71(3), 393—410.
- [40] 约瑟夫·斯蒂格利茨, 布鲁斯·格林沃尔德, 《通往货币经济学的新范式》, 陆磊、张怀清译。北京: 中信出版社, 2005年。
- [41] 王化锋、秦丽军、赵向东, "商业银行贷款定价模型构造研究", 《辽宁工程技术大学学报(社会科学版)》, 2002年第1期, 第40—42页。
- [42] 王俊寿, "商业银行贷款定价模型比较研究", 《南开经济研究》, 2004年第2期, 第99—102页。
- [43] 钟伟、宛圆渊, "预算软约束和金融危机理论的微观建构", 《经济研究》, 2001年第8期, 第44—52页。

Default Risk and Loan Pricing: A New Option-based Model with Soft Budget Constraint

XUEJUN JIN JIE MAO

(Zhejiang University)

Abstract The existent option-based models of bank loan pricing ignore some realistic problems like the absence of the priority rule caused by the soft budget constraint and moral hazard in the loan market. This makes these models' applications in China suspicious. Taking these problems into consideration, we introduce the efficiency of loan contracts as a new component of credit risks in the loan market and study a kind of two-dimensional default risks. Then we set up a new option model for loan pricing. This model improves the traditional option approach and provides richer conclusions.

JEL Classification E43, G13, G21